www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 1

CORRIGÉ EXERCICE 1

CENTRES ÉTRANGERS 1

2026

LA LAME EN ESCRIME

CORRECTION

PARTIE A

Freemaths : Tous droits réservés

1. Recopions et complétons l'arbre de probabilité :

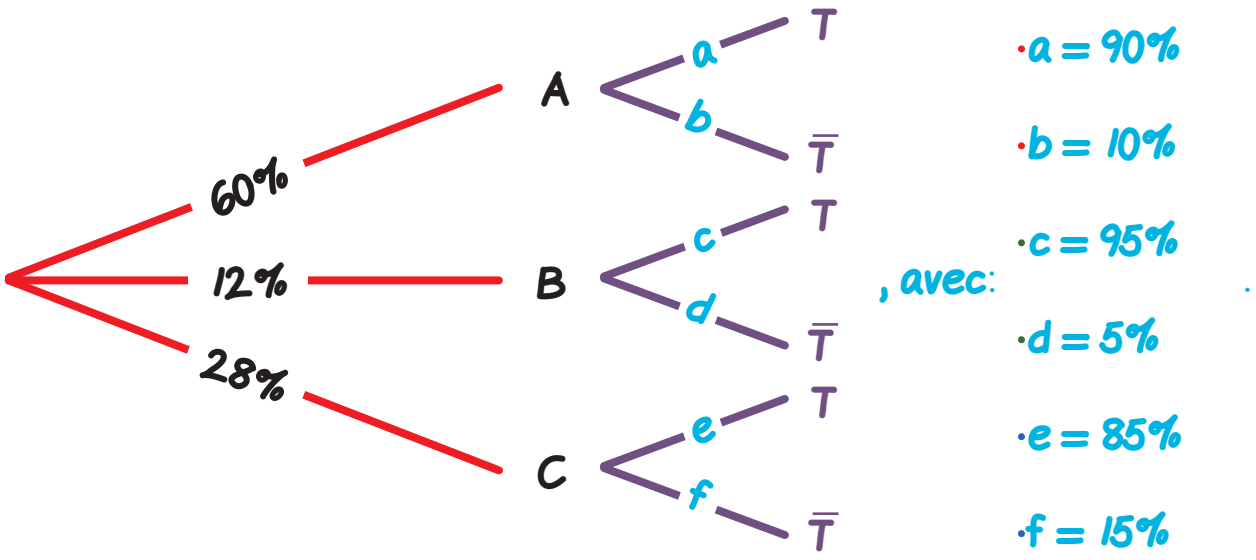
D'après l'énoncé, nous avons :

- A = " la lame testée provient du fournisseur A "
- B = " la lame testée provient du fournisseur B "
- C = " la lame testée provient du fournisseur C ".
- T = " la lame testée est conforme "
- $\overline{T}$ = " la lame testée n'est pas conforme ".
- $P(A) = 60\%$
- $P(B) = 12\%$
- $P(C) = 1 - 60\% - 12\% = 28\%$.

- $P_A(T) = 90\%$
- $P_B(T) = 95\%$
- $P_C(T) = 85\%$.
- $P_A(\overline{T}) = 10\%$
- $P_B(\overline{T}) = 5\%$
- $P_C(\overline{T}) = 15\%$.

Freemaths : Tous droits réservés

D'où l'arbre pondéré suivant :



, avec :

- $a = 90\%$
- $b = 10\%$
- $c = 95\%$
- $d = 5\%$
- $e = 85\%$
- $f = 15\%$

2. a. Déterminons $P(A \cap \overline{T})$:

Ici, il s'agit de calculer : $P(A \cap \overline{T})$.

$P(A \cap \overline{T}) = P_A(\overline{T}) \times P(A)$

$= 10\% \times 60\%$

$= 6\,\%$.

Ainsi, nous avons: $P(A \cap \overline{T}) = 6\,\%$.

2. b. Interprétation:

Cela signifie que la probabilité que la lame provienne du fournisseur A et ne soit pas conforme est égale à $6\,\%$.

3. Montrons que $P(T) = 0,892$:

Déterminer la probabilité que la lame testée soit conforme revient à calculer:

$$P(T).$$

L'événement $T = (T \cap A) \cup (T \cap B) \cup (T \cap C)$.

D'après la formule des **probabilités totales**:

$$P(T) = P(T \cap A) + P(T \cap B) + P(T \cap C)$$

$$= P_A(T) \times P(A) + P_B(T) \times P(B) + P_C(T) \times P(C)$$

$$= (90\,\% \times 60\,\%) + (95\,\% \times 12\,\%) + (85\,\% \times 28\,\%)$$

$$= 89,2\,\%.$$

Ainsi, la probabilité que la lame testée soit bien conforme est de: $89,2\,\%$.

4. Calculons $P_{\overline{T}}(B)$:

Déterminer la probabilité que la lame testée provienne du fournisseur B,

Freemaths : Tous droits réservés

sachant qu'elle n'est pas conforme revient à calculer: $P_{\overline{T}}(B)$.

$$P_{\overline{T}}(B) = \frac{P(\overline{T} \cap B)}{P(\overline{T})}$$

$$= \frac{P(B \cap \overline{T})}{P(\overline{T})}$$

$$= \frac{P_B(\overline{T}) \times P(B)}{1 - P(T)}$$

$$= \frac{5\% \times 12\%}{1 - 89,2\%}$$

$\approx 0,056$, arrondie au millième.

Ainsi, la probabilité demandée est de: 5,6 %.

PARTIE B

1. Précisons ses paramètres:

D'après l'énoncé, nous avons:

- Probabilité qu'une lame ne soit pas conforme: $10,8\% = p$.
- Taille de l'échantillon choisi au hasard: $n = 75$.

Freemaths : Tous droits réservés

- Stock de lames suffisamment grand pour assimiler le choix à un tirage avec remise.

Ici la variable aléatoire X, égale au nombre de lames non conformes dans cet échantillon, suit donc une loi binomiale de paramètres: $n = 75$ et $p = 10,8\%$.

2. Calculons $P(X = 6)$:

Ici, il s'agit de calculer: $P(X = 6)$, avec $X \rightsquigarrow B(75 ; 10,8\%)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leqslant k \leqslant n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

D'où ici: $P(X = 6) = \binom{75}{6} (10,8\%)^6 \cdot (1 - 10,8\%)^{69}$

$$= \binom{75}{6} (0,108)^6 \cdot (0,892)^{69}$$

$$= \left(\frac{75 \times 74 \times 73 \times 72 \times 71 \times 70}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2} \right) \times (0,108)^6 \cdot (0,892)^{69}$$

$\approx 0,120$, arrondie au millième.

La probabilité que 6 lames exactement soient non conformes dans cet échantillon est donc de: 12 %.

Freemaths : Tous droits réservés

3. A-t-il raison ?

Pour savoir si l'équipementier a raison, nous allons tout simplement calculer:

$$P(X > 8), \text{ avec } X \rightsquigarrow B(75 ; 10,8\%).$$

$$P(X > 8) = 1 - P(X \leqslant 8)$$

$$\approx 0,422 \quad \text{(calculatrice)}.$$

Comme $42,2\% < 50\%$: OUI il a raison.

PARTIE C

1. a. Déterminons $E(M_n)$:

Préalablement, notons que: $E(X) = n \cdot p = 75 \times 10,8\% = 8,1$.

Rappelons que d'après le cours:

- $E(a \cdot X) = a \cdot E(X)$
- $E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2)$
- $E(a \cdot X_1 + b \cdot X_2 + c) = a \cdot E(X_1) + b \cdot E(X_2) + c$.

D'où ici: $E(M_n) = E\left(\dfrac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n}\right)$

Freemaths : Tous droits réservés

$$= \frac{1}{n} \times [\, E(X_1) + E(X_2) + \ldots + E(X_n) \,]$$

$$= \frac{1}{n} \times n \times E(X)$$

$$= E(X)$$

$$= 8,1.$$

Ici nous avons donc: $E(M_n) = 8,1$ lames non conformes.

I. b. Déterminons $V(M_n)$:

Préalablement, notons que: $V(X) = n \,.\, p \,.\, (1 - p) = 75 \times 10,8\,\% \times 89,2\,\% = 7,2252$.

Rappelons que si les X_i sont indépendantes, d'après le cours:

- $V(a \,.\, X) = a^2 \,.\, V(X)$
- $V(X_1 + X_2) = V(X_1) + V(X_2)$
- $V(a \,.\, X_1 + b \,.\, X_2 + c) = a^2 \,.\, V(X_1) + b^2 \,.\, V(X_2)$.

D'où ici: $V(M_n) = V\left(\dfrac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n}\right)$

$$= \frac{1}{n^2} \times [\, V(X_1) + V(X_2) + \ldots + V(X_n) \,]$$

$$= \frac{1}{n^2} \times n \times V(X)$$

Freemaths : Tous droits réservés

$$= \frac{V(X)}{n}$$

$$= \frac{7,2252}{n}.$$

Ici nous avons donc: $V(M_n) = \frac{7,2252}{n}$ (lames non conformes)^2.

2. Justifions l'inégalité demandée:

D'après **l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev**, nous avons:

$$P(|M_n - E(M_n)| \geq t) \leq \frac{V(M_n)}{t^2}. \quad (1)$$

Avec $t = 2$: $(1) \iff P(|M_n - 8,11| \geq 2) \leq \frac{7,2252}{4 \times n}$

$$\text{cad} \quad P(|M_n - 8,11| \geq 2) \leq \frac{1,8063}{n}.$$

Ainsi pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, nous avons bien: $P(|M_n - 8,11| \geq 2) \leq \frac{1,8063}{n}$.

3. a. Déterminons la valeur de " n " à partir...:

On cherche une valeur de " n " à partir de laquelle:

$$P(|M_n - 8,11| < 2) \geq 0,95. \quad (2)$$

Or: $(2) \iff P(|M_n - 8,11| \geq 2) \leq 0,05.$

Freemaths : Tous droits réservés

On cherche donc n tel que: $\frac{1,8063}{n} \leqslant 0,05$. (question précédente)

$\frac{1,8063}{n} \leqslant 0,05 \iff n \geqslant 37$.

La valeur recherchée de n est égale à: 37.

3. b. Interprétation:

Cela signifie que si l'équipementier est présent à au moins 37 compétitions, on peut affirmer (avec 5 % de risque) que la moyenne observée des lames non conformes sera comprise entre 6,1 et 10,1 càd entre 7 et 10.

Freemaths : Tous droits réservés