www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 2

CORRIGÉ EXERCICE 1

AMÉRIQUE DU NORD
2026

LE STOCK DE TOMATES

CORRECTION

PARTIE A

Freemaths : Tous droits réservés

1. Recopions et complétons l'arbre de probabilité :

D'après l'énoncé, nous avons :

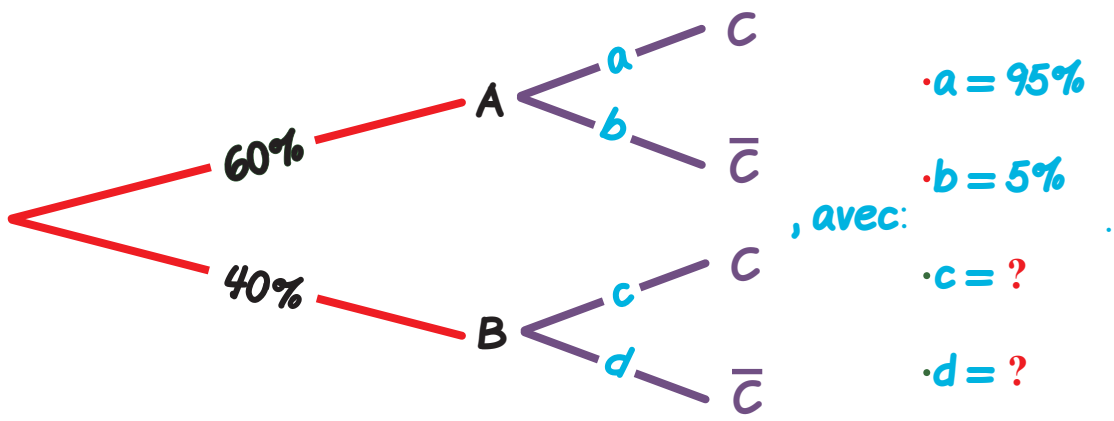
- A = " la tomate provient du fournisseur A "
- B = " la tomate provient du fournisseur B "
- C = " la tomate est commercialisable ".

- $P(A) = 60\%$
- $P(B) = 1 - 60\% = 40\%$.

- $P(C) = 91\%$
- $P(\overline{C}) = 1 - 91\% = 9\%$.

- $P_A(C) = 95\%$
- $P_A(\overline{C}) = 1 - 95\% = 5\%$.
- $P_B(C) = ?$
- $P_B(\overline{C}) = ?$

D'où l'arbre pondéré suivant:



, avec:

- $a = 95\%$
- $b = 5\%$
- $c = ?$
- $d = ?$

Freemaths : Tous droits réservés

2. a. Calculons $P(A \cap C)$:

Déterminer la probabilité que la tomate choisie soit commercialisable et provienne du fournisseur A revient à calculer: $P(A \cap C)$.

$P(A \cap C) = P_A(C) \times P(A)$

$= 95\% \times 60\%$

$= 57\%$.

Ainsi, la probabilité demandée est de: 57 %.

2. b. Démontrons que $P_B(C) = 0,85$:

$$P_B(C) = \frac{P(B \cap C)}{P(B)}$$

$$= \frac{P(C) - P(A \cap C)}{P(B)}$$

$$= \frac{91\% - 57\%}{40\%}$$

$$= 85\%.$$

Ainsi, nous avons bien: $P_B(C) = 0,85$.

2. c. A-t-il raison ?

Pour répondre à cette question, nous allons calculer:

$$P_{\overline{C}}(A) \text{ et } P_{\overline{C}}(B).$$

- $P_{\overline{C}}(A) = \frac{P(\overline{C} \cap A)}{P(\overline{C})}$

$$= \frac{P(A \cap \overline{C})}{P(\overline{C})}$$

$$= \frac{P_A(\overline{C}) \times P(A)}{P(\overline{C})}$$

$$= \frac{5\% \times 60\%}{9\%}$$

Freemaths : Tous droits réservés

$\approx 33,33\,\%$.

- $P_{\overline{C}}(B) = \dfrac{P(\overline{C} \cap B)}{P(\overline{C})}$

$= \dfrac{P(B \cap \overline{C})}{P(\overline{C})}$

$= \dfrac{P_B(\overline{C}) \times P(B)}{P(\overline{C})}$

$= \dfrac{(1 - 0,85) \times 40\,\%}{9\,\%}$

$\approx 66,66\,\%$.

Comme $33,33\,\% = \dfrac{66,66\,\%}{2}$: le responsable a raison.

PARTIE B

1. a. Précisons les paramètres de la loi binomiale suivie par X:

D'après l'énoncé, nous avons:

- Probabilité que la tomate pas commercialisable: $9\,\% = p$.
- Taille de l'échantillon choisi au hasard: $n = 15$.

Freemaths : Tous droits réservés

- Stock de tomates suffisamment grand pour assimiler le choix à un tirage avec remise.

Ici la variable aléatoire X, égale au nombre de tomates non commercialisables dans cet échantillon de 15 tomates, suit donc une loi binomiale de paramètres: $n = 15$ et $p = 9\%$.

1. b. Déterminons P (X = 2):

Déterminer la probabilité qu'exactement deux tomates soient non commercialisables revient à calculer: $P(X = 2)$, avec $X \rightsquigarrow B(15 ; 9\%)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leqslant k \leqslant n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

D'où: $P(X = 2) = \binom{15}{2} (9\%)^2 \cdot (1 - 9\%)^{13}$

$$= \binom{15}{2} (9\%)^2 \cdot (81\%)^{13}$$

$$= \left(\frac{15 \times 14}{2} \right) \times (9\%)^2 \cdot (81\%)^{13}$$

$\approx 25\%$, arrondie au millième.

Freemaths : Tous droits réservés

La probabilité qu'exactement deux tomates soient non commercialisables est donc d'environ: 25 %.

1. c. Déterminons $P(X \leqslant 2)$:

Déterminer la probabilité qu'au plus deux tomates soient non commercialisables revient à calculer: $P(X \leqslant 2)$.

$$P(X \leqslant 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$$

$$\approx 0,853 \quad \text{(calculatrice)}.$$

La probabilité qu'au plus deux tomates soient non commerciables est d'environ: 85,3 %.

2. a. a_1. Calculons $E(F_n)$:

X_n suit une loi binomiale $B(n; 9\%)$.

Dans ces conditions: $E(X_n) = n \cdot p = 0,09 \times n$.

Et donc: $E(F_n) = E\left(\frac{X_n}{n}\right)$

$$= \frac{1}{n} \times E(X_n)$$

$$= 9\%.$$

Ainsi: $E(F_n) = 9\%$.

2. a. a_2. Calculons $V(F_n)$:

Freemaths : Tous droits réservés

Connaissant la loi suivie par X_n, nous pouvons écrire:

$$V(X_n) = n \cdot p \cdot (1-p) = 0,09 \times n \times 0,91 = \mathbf{0,0819 \times n}.$$

Et donc: $V(F_n) = V\left(\frac{X_n}{n}\right)$

$$= \frac{1}{n^2} \times V(X_n)$$

$$= \frac{1}{n^2} \times 0,0819 \times n$$

$$= \frac{0,0819}{n}.$$

Ainsi: $V(F_n) = \frac{0,0819}{n}$.

2. b. Montrons que $P(0,04 < F_n < 0,14) \geqslant 1 - \frac{32,76}{n}$:

$$P(0,04 < F_n < 0,14) = P(0,04 - E(F_n) < F_n - E(F_n) < 0,14 - E(F_n))$$

$$= P(0,04 - 9\% < F_n - E(F_n) < 0,14 - 9\%)$$

$$= P(-5\% < F_n - E(F_n) < 5\%)$$

$$= P(|F_n - E(F_n)| < 0,05)$$

$$= 1 - P(|F_n - E(F_n)| \geqslant 0,05).$$

Dans ces conditions: $P(0,04 < F_n < 0,14) \geqslant 1 - \frac{32,76}{n}$

Freemaths : Tous droits réservés

$$\Longleftrightarrow P(|F_n - E(F_n)| \geqslant 0,05) \leqslant \frac{32,76}{n}. \quad (a)$$

D'après **l'inégalité du Bienaymé-Tchebychev**, nous avons:

$$P(|F_n - E(F_n)| \geqslant 0,05) \leqslant \frac{V(F_n)}{(0,05)^2}$$

cad $$P(|F_n - E(F_n)| \geqslant 0,05) \leqslant \frac{0,0819}{0,0025 \times n}$$

ou encore $$P(|F_n - E(F_n)| \geqslant 0,05) \leqslant \frac{32,76}{n}. \quad (b)$$

Comme les inégalités **(a)** et **(b)** sont les mêmes: CQFD.

2. c. Conforme ?

OUI c'est conforme à ce qu'il pouvait attendre.

Freemaths : Tous droits réservés