www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 1

CORRIGÉ EXERCICE 1

FRANCE MÉTROPOLITAINE
2026

LE NAVIRE

CORRECTION

PARTIE A

Freemaths : Tous droits réservés

1. a. Donnons P (C):

D'après l'énoncé: " **75 %** des familles effectuant la traversée réservent une cabine ".

Or: **C = " la famille réserve une cabine ".**

Dans ces conditions, nous pouvons affirmer que: $P(C) = 0,75$.

1. b. Recopions et complétons l'arbre de probabilité:

D'après l'énoncé, nous avons:

- V = " la famille réserve un emplacement pour un véhicule "
- $\overline{V}$ = " la famille ne réserve pas un emplacement pour un véhicule ".

- C = " la famille réserve une cabine "
- $\overline{C}$ = " la famille ne réserve pas de cabine ".

- $P(V) = 30\%$
- $P(\overline{V}) = 1 - 30\% = 70\%$.

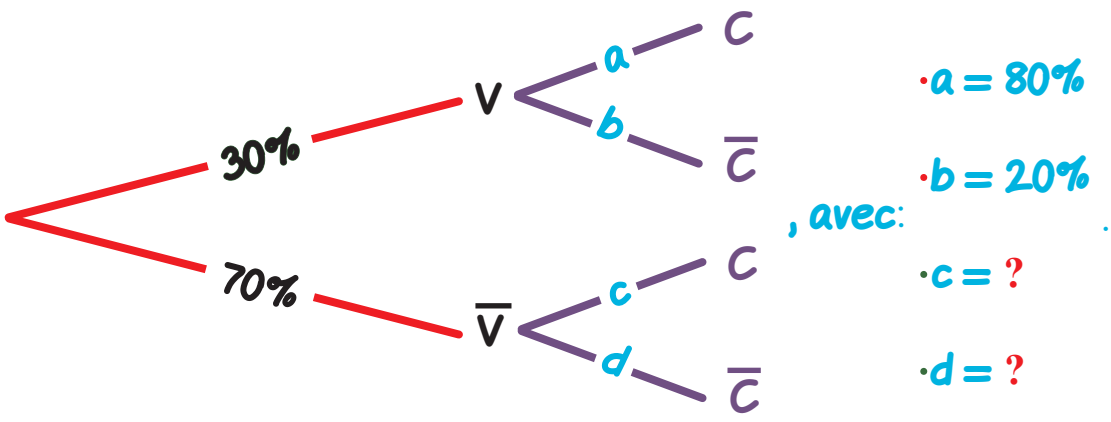
- $P(C) = 75\%$
- $P(\overline{C}) = 1 - 75\% = 25\%$.

- $P_V(C) = 80\%$
- $P_V(\overline{C}) = 1 - 80\% = 20\%$.

- $P_{\overline{V}}(C) = ?$
- $P_{\overline{V}}(\overline{C}) = ?$

Freemaths : Tous droits réservés

D'où l'arbre pondéré suivant :



2. Calculons $P(V \cap C)$:

Calculer la probabilité qu'une famille réserve un emplacement pour un véhicule et une cabine revient à déterminer: $P(V \cap C)$.

$$P(V \cap C) = P_V(C) \times P(V)$$

$$= 80\% \times 30\%$$

$$= 24\%.$$

Ainsi, la probabilité demandée est: $P(V \cap C) = 24\%$.

3. Déterminons $P_C(V)$:

Déterminer la probabilité que la famille réserve un emplacement pour un véhicule, sachant qu'elle a réservé une cabine revient à calculer: $P_C(V)$.

$$P_C(V) = \frac{P(C \cap V)}{P(C)}$$

$$= \frac{P(V \cap C)}{P(C)}$$

$$= \frac{24\%}{75\%}$$

$$= 32\%.$$

Ainsi, la probabilité demandée est: $P_C(V) = 32\%$.

4. Déterminons $P_{\overline{V}}(C)$:

Freemaths : Tous droits réservés

L'événement $C = (C \cap V) \cup (C \cap \overline{V})$.

D'après la formule des **probabilités totales**:

$$P(C) = P(C \cap V) + P(C \cap \overline{V})$$

$$= 24\% + P_{\overline{V}}(C) \times P(\overline{V}).$$

Dans ces conditions: $P_{\overline{V}}(C) = \dfrac{P(C) - 24\%}{P(\overline{V})}$

$$= \frac{75\% - 24\%}{70\%}$$

$$\approx 72,9\%.$$

Ainsi, arrondie au centième: $P_{\overline{V}}(C) = 73\%$.

Cela signifie qu'environ 73 % des familles n'ayant pas réservé d'emplacement pour un véhicule ont réservé une cabine.

PARTIE B

1. Justifions que $E(X) = 96$ et $V(X) = 3114$:

1. a. Calculons $E(X)$:

D'après la loi de probabilité de X, nous avons:

Freemaths : Tous droits réservés

$E(X) = (0 \times 0,19) + (70 \times 0,06) + (100 \times 0,51) + (170 \times 0,24)$

$= 96.$

1. b. Calculons V (X):

D'après la loi de probabilité de **X**, nous avons:

$V(X) = (0^2 \times 0,19) + (70^2 \times 0,06) + (100^2 \times 0,51) + (170^2 \times 0,24) - [96]^2$

$= 3114.$

Ainsi, nous avons bien: $E(X) = 96$ **et** $V(X) = 3114.$

2. a. Justifions que $Z = 0,6(X + Y)$:

Z est la variable aléatoire qui, à chaque famille effectuant la traversée, associe le montant total pour les suppléments et les extras, en euro, payé par cette famille après réduction de **40 %**.

Dans ces conditions: $Z = X - 40\% \times X + Y - 40\% \times Y$

$= 0,6X \times 0,6Y$

$= 0,6(X + Y).$

Ainsi, nous avons bien: $Z = 0,6(X + Y).$

2. b. b, Déduisons-en que $E(Z) = 120$:

Nous savons que: • $E(X) = 96$

Freemaths : Tous droits réservés

- $E(Y) = 104$.

Rappelons que d'après le cours:

- $E(a \cdot X) = a \cdot E(X)$
- $E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2)$
- $E(a \cdot X_1 + b \cdot X_2 + c) = a \cdot E(X_1) + b \cdot E(X_2) + c$.

D'où ici: $E(Z) = E[0,6(X+Y)]$

$= E(0,6X + 0,6Y)$

$= 0,6\,E(X) + 0,6\,E(Y)$

$= 0,6 \times 96 + 0,6 \times 104$

$= 120$.

Ainsi: $E(Z) = 120$.

2. b. b_2. Déduisons-en que $V(Z) = 1728$:

Nous savons que:
- $V(X) = 3114$
- $V(Y) = 1686$.

Rappelons que si les X_i sont indépendantes, d'après le cours:

- $V(a \cdot X) = a^2 \cdot V(X)$
- $V(X_1 + X_2) = V(X_1) + V(X_2)$

Freemaths : Tous droits réservés

• $V(a.X_1 + b.X_2 + c) = a^2.V(X_1) + b^2.V(X_2)$.

D'où ici: $V(Z) = V[0,6(X+Y)]$

$= V(0,6X + 0,6Y)$

$= (0,6)^2 V(X) + (0,6)^2 V(Y)$

$= 0,36 \times 3114 + 0,36 \times 1686$

$= 1728$.

Ainsi: $V(Z) = 1728$.

3. a. a, Montrons que $E(M_n) = 120$:

• $M_n = \dfrac{Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n}{n}$ est la variable aléatoire qui donne le prix total moyen pour les suppléments et les extras, payés par les familles.

• Les variables aléatoires $Z_1, Z_2, \cdots, Z_n$ sont indépendantes et suivent la même loi de probabilité que la variable aléatoire Z.

Dans ces conditions: $E(M_n) = E\left(\dfrac{Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n}{n}\right)$

$= \dfrac{1}{n} \times E(Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n)$

$= \dfrac{1}{n} \times [E(Z_1) + E(Z_2) + \cdots + E(Z_n)]$

$= \dfrac{1}{n} \times n \times E(Z)$

Freemaths : Tous droits réservés

$$= E(Z)$$

$$= 120.$$

Ainsi, nous avons bien: $E(M_n) = 120$.

3. a. a_2. Montrons que $V(M_n) = \frac{1728}{n}$:

Ici: $V(M_n) = V\left(\frac{Z_1 + Z_2 + \bullet\bullet\bullet + Z_n}{n}\right)$

$$= \frac{1}{n^2} \times V(Z_1 + Z_2 + \bullet\bullet\bullet + Z_n)$$

$$= \frac{1}{n^2} \times [V(Z_1) + V(Z_2) + \bullet\bullet\bullet + V(Z_n)]$$

(car les Z_i sont indépendantes)

$$= \frac{1}{n^2} \times n \times V(Z)$$

$$= \frac{V(Z)}{n}$$

$$= \frac{1728}{n}.$$

Ainsi, nous avons bien: $V(M_n) = \frac{1728}{n}$.

3. b. b_1. Déterminons la + petite valeur de n telle que $P(114 < M_n < 126) \geq 0,85$:

Freemaths : Tous droits réservés

Pour répondre à cette question, nous allons d'abord calculer:

$$P(114 < M_n < 126).$$

$$P(114 < M_n < 126) = P(114 - E(M_n) < M_n - E(M_n) < 126 - E(M_n))$$

$$= P(114 - 120 < M_n - E(M_n) < 126 - 120)$$

$$= P(-6 < M_n - E(M_n) < 6)$$

$$= P(|M_n - E(M_n)| < 6)$$

$$= 1 - P(|M_n - E(M_n)| \geq 6).$$

Dans ces conditions: $P(114 < M_n < 126) \geq 0,85$

$$\Leftrightarrow P(|M_n - E(M_n)| \geq 6) \leq 0,15.$$

D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, nous avons:

$$P(|M_n - E(M_n)| \geq 6) \leq \frac{V(M_n)}{6^2}$$

$$\text{cad} \quad P(|M_n - E(M_n)| \geq 6) \leq \frac{1728}{36 \times n}.$$

On cherche donc n tel que: $\frac{1728}{36 \times n} \leq 0,15.$

Or: $\frac{1728}{36 \times n} \leq 0,15 \Leftrightarrow n \geq 320.$

Freemaths : Tous droits réservés

La plus petite valeur de n recherchée est donc: $n = 320$.

3. b. b_2. Interprétation:

Cela signifie que l'affirmation " le coût moyen payé par les familles pour les suppléments et extras, après réduction de 40 %, est strictement compris entre 114 et 126 euros " est vraie au risque de 15 % à partir de 320 familles à bord.

Freemaths : Tous droits réservés