Spé Maths
Terminale

Primitives d'une fonction

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

UNE PRIMITIVE F DE f 8

CORRECTION

Vérifions que F est bien une primitive de f sur [0; +∞ [:

Ici: $f(x) = \dfrac{3x^2 + 6x + 4}{(x+1)^2}$ et $\mathcal{D}f = [\,0; +\infty\,[$.

Notons que f est continue sur [0; +∞ [.

Elle admet donc une primitive sur [0; +∞ [cad une fonction F dérivable sur l'intervalle [0; +∞ [telle que: $F' = f$.

Or, d'après l'énoncé, pour tout $x \in [\,0; +\infty\,[$: $F(x) = \dfrac{3x^2 + 4x}{x+1}$.

Vérifions que pour tout $x \in [\,0; +\infty\,[$: $F'(x) = f(x)$.

Pour tout $x \in [\,0; +\infty\,[$: $F'(x) = \dfrac{(6x+4) \times (x+1) - (3x^2+4x)}{(x+1)^2}$ $\left[\dfrac{U' \times V - U \times V'}{V^2}\right]$

$$= \frac{6x^2 + 6x + 4x + 4 - (3x^2 + 4)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{3x^2 + 6x + 4}{(x+1)^2}$$

$$= f\,(x).$$

Ainsi: F est bien une primitive de f sur $[\,0\,;+\infty\,[$.