

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Primitives d'une fonction



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

UNE PRIMITIVE F DE f

7

CORRECTION

1. Déterminons une primitive F sur $] -1; 1[$ de la fonction f :

Ici: $f(x) = \frac{8x}{1-x^2}$ et $\mathcal{D}f =] -1; 1[$.

Notons que f est continue sur $] -1; 1[$.

Elle admet donc une primitive sur $] -1; 1[$ cad une fonction F dérivable sur l'intervalle $] -1; 1[$ telle que: $F' = f$.

Pour tout $x \in] -1; 1[$: $F(x) = -4 \ln(1-x^2)$.

Et nous avons bien, pour tout $x \in] -1; 1[$: $F'(x) = -4 \left(\frac{-2x}{1-x^2} \right) \left[-4 \left(\frac{u'}{u} \right) \right]$

$$= \frac{8x}{1-x^2}$$

$$= f(x).$$

Ainsi, une primitive F de f s'écrit: $F(x) = -4 \ln(1-x^2)$.

2. Déterminons une primitive F sur $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$ de la fonction f :

$$\text{Ici: } f(x) = \frac{4}{(2x-1)^4} \text{ et } \mathcal{D}f = \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[.$$

Notons que f est continue sur $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$.

Elle admet donc une primitive sur $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$ cad une fonction F dérivable sur

l'intervalle $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$ telle que: $F' = f$.

$$\text{Pour tout } x \in \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[: \quad F(x) = \frac{-2}{3(2x-1)^3} = \frac{-2}{3} (2x-1)^{-3}.$$

Et nous avons bien, pour tout $x \in \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[:$

$$F'(x) = \left(-\frac{2}{3} \right) \times (-3) \times (2x-1)^{-4} \times 2 \quad \left[-\frac{2}{3} \times \left[n U^{n-1} \times U' \right] \right]$$

$$= 4 \times (2x-1)^{-4}$$

$$= \frac{4}{(2x-1)^4}$$

$$= f(x).$$

Ainsi, une primitive F de f s'écrit: $F(x) = \frac{-2}{3(2x-1)^3}$.