

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Primitives d'une fonction



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

UNE PRIMITIVE F DE f

4

CORRECTION

1. Déterminons une primitive F sur $[0; +\infty[$ de la fonction f :

Ici: $f(x) = 3\sqrt{x} + 21x$ et $\mathcal{D}f = [0; +\infty[$.

Notons que f est continue sur $[0; +\infty[$.

Elle admet donc une primitive sur $[0; +\infty[$ c'est-à-dire une fonction F dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$ telle que: $F' = f$.

Pour tout $x \in [0; +\infty[$: $F(x) = 2x^{3/2} + \frac{21}{2}x^2$.

Et nous avons bien, pour tout $x \in [0; +\infty[$:

$$\begin{aligned} F'(x) &= 3x^{1/2} + 21x \\ &= 3\sqrt{x} + 21x \\ &= f(x). \end{aligned}$$

Ainsi, une primitive F de f s'écrit: $F(x) = 2x^{3/2} + \frac{21}{2}x^2$.

2. Déterminons une primitive F sur \mathbb{R} de la fonction f :

Ici: $f(x) = xe^{x^2}$ et $\mathcal{D}f = \mathbb{R}$.

Notons que f est continue sur \mathbb{R} .

Elle admet donc une primitive sur \mathbb{R} cad une fonction F dérivable sur \mathbb{R} telle que: $F' = f$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $F(x) = \frac{1}{2} e^{x^2}$.

Et nous avons bien, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $F'(x) = \frac{1}{2} (2xe^{x^2}) \left[\frac{1}{2} (u' e^u) \right]$
 $= xe^{x^2}$
 $= f(x)$.

Ainsi, une primitive F de f s'écrit: $F(x) = \frac{1}{2} e^{x^2}$.