

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Primitives d'une fonction



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

TROUVER "a" ET "b" POUR QUE F' = f

CORRECTION

Déterminons "a" et "b" pour que F soit une primitive de f :

Ici: $f(x) = (x - 1)e^{-x}$ et $\mathcal{D}f = \mathbb{R}$.

Notons que f est continue sur \mathbb{R} .

Elle admet donc une primitive sur \mathbb{R} cad une fonction F dérivable sur \mathbb{R} telle que: $F' = f$.

Or, d'après l'énoncé, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $F(x) = (ax + b)e^{-x}$.

Vérifions que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $F'(x) = f(x)$.

$$\begin{aligned} \text{Pour tout } x \in \mathbb{R}: F'(x) &= (a)x(e^{-x}) + (ax + b)x(-e^{-x}) \quad [U' \times V + U \times V'] \\ &= ae^{-x} - axe^{-x} - be^{-x} \\ &= (a - b)e^{-x} + (-a)xe^{-x}. \end{aligned}$$

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $F'(x) = f(x)$ ssi $\begin{cases} a - b = -1 \\ -a = 1 \end{cases}$
 $(e^x \neq 0)$

$$\text{cad } \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases}.$$

Au total, F est bien une primitive de f ssi: $a = -1$ et $b = 0$.

Et, F s'écrit alors: $F(x) = -xe^{-x}$.