

www.freemaths.fr

# Spé Maths

## Terminale

Exponentielle  $\exp(x)$  :  
Équations & Inéquations



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# THÉORÈME

## DÉMONSTRATION

Soit  $y$  un réel fixé quelconque. Notons:  $b = y$ .

Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = \frac{e^{(x+b)}}{e^x}$ .  $\left(\frac{U}{V}\right)$

Dans ces conditions: •  $g(0) = e^b$ ,

$$\bullet e^{(x+b)} = e^x \times e^b \iff \frac{e^{(x+b)}}{e^x} = e^b$$

$$\iff g(x) = e^b, \text{ pour tout } x \in \mathbb{R}.$$

Ainsi, démontrer le théorème revient à démontrer que la fonction  $g$  est constante cad  $g'(x) = 0$ , pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .

$$\text{Or, pour tout } x \in \mathbb{R}: g'(x) = \frac{(e^{(x+b)}) \times (e^x) - (e^{(x+b)}) \times (e^x)}{(e^x)^2}$$

$$\left(\frac{U' \times V - U \times V'}{V^2}\right)$$

cad:  $g'(x) = 0$  et par conséquent:  $g$  est constante sur  $\mathbb{R}$ .

Au total, pour tous réels  $x$  et  $y$ , nous avons bien:  $e^{(x+y)} = e^x \times e^y$ .