

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Limites avec $\ll \ln \gg$



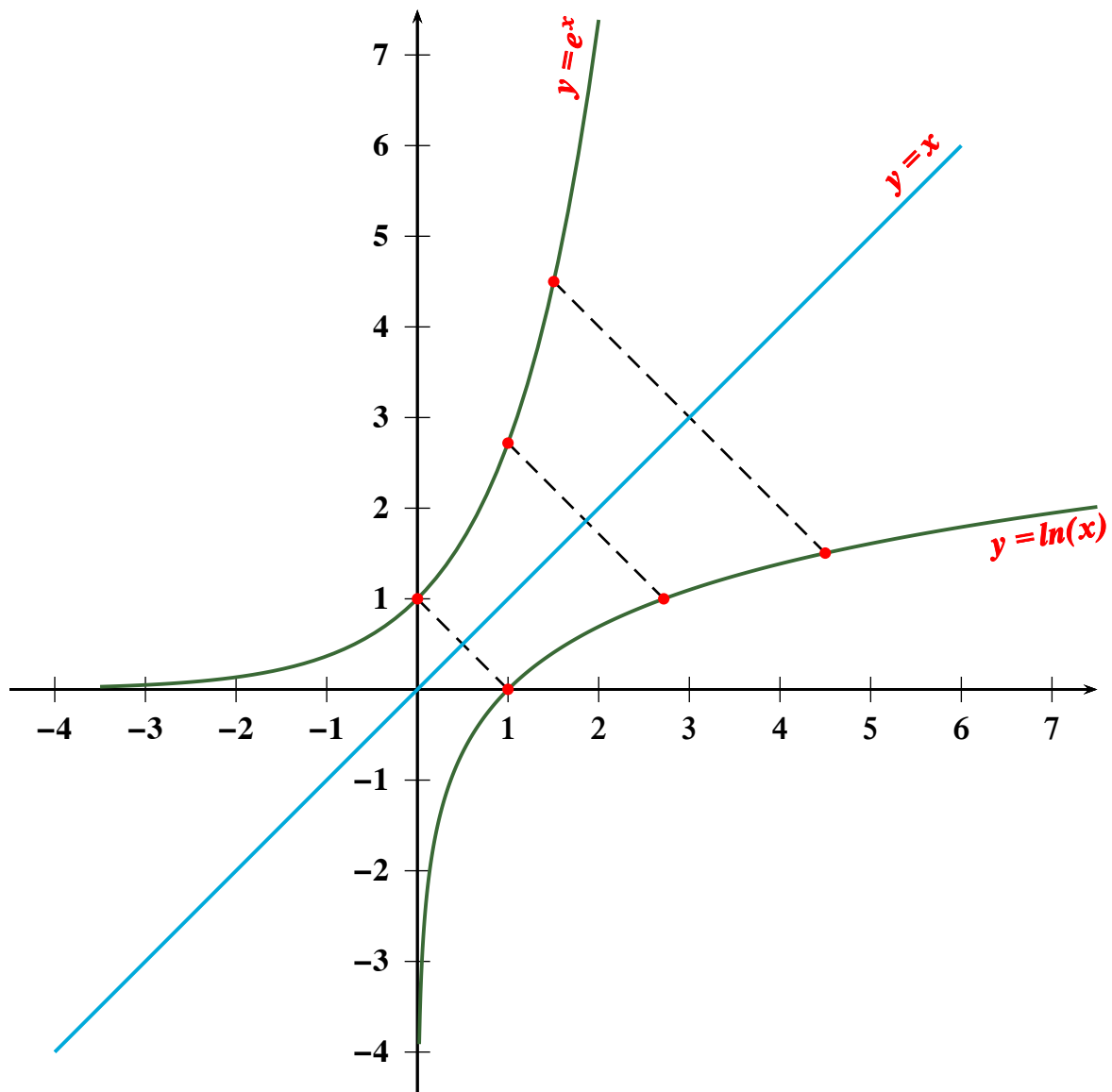
MINI COURS

A. Représentation graphique de la fonction \ln :

1. Remarque importante :

Les fonctions e^x et $\ln(x)$ sont symétriques par rapport à la droite d'équation $y = x$.

2. Le graphique :



B. Tableau de variation de \ln :

Comme $x > 0$, $\frac{1}{x} > 0$ et donc : $f'(x) > 0$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.

La fonction logarithme népérien est donc **strictement croissante sur $]0; +\infty[$** .

Ainsi :

x	0	$+\infty$
$\ln(x)$	$-\infty$	$+\infty$

En effet : • $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$.

C. Limites à connaître :

1. Limites aux bornes :

• $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1.$

2. Théorème des croissances comparées :

Pour tout entier naturel non nul " n " :

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = 0$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln(x) = 0.$