www.freemaths.fr

# BACCALAURÉAT

# SUJET 2

## Bac Mathématiques

## CENTRES ÉTRANGERS 1

## 2026

# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

**SESSION 2026**

# MATHÉMATIQUES

## Jour 2

Durée de l'épreuve : **4 heures**

*L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.*
*L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisé.*

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 8 pages numérotées de 1/8 à 8/8.

Le sujet est constitué de quatre exercices.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie.

**Exercice 1 (4 points)**

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.
On considère :

- les points de l'espace $A(1;0;3)$, $B(2;1;-1)$, $C(1;1;1)$ et $H(0;2;1)$ ;
- le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}4\\4\\2\end{pmatrix}$.

1. Démontrer que les points $A$, $B$ et $C$ définissent un plan de l'espace.

2. Démontrer que le vecteur $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan $(ABC)$.

3. Déterminer une équation cartésienne du plan $(ABC)$.

4. Vérifier que le point $H$ appartient au plan $(ABC)$.

5. Déterminer la mesure en degré de l'angle $\widehat{BAH}$.

6. Déterminer une représentation paramétrique de la droite $(d)$ orthogonale au plan $(ABC)$ et passant par le point $H$.

7. Déterminer les coordonnées du point $S(x_S;y_S;z_S)$ de la droite $(d)$ tel que :
   - la distance entre le point $S$ et le plan $(ABC)$ est $6$ ;
   - son abscisse $x_S$ est positive.

**Exercice 2 (4 points)**

Parmi les habitants âgés d'au moins $15$ ans vivant en France, on compte :

- $21$ % de personnes de $15$ à $29$ ans ;
- $46$ % de personnes de $30$ à $59$ ans ;
- $33$ % de personnes d'au moins $60$ ans.

On s'intéresse à l'utilisation d'un réseau social par les habitants âgés d'au moins $15$ ans vivant en France. On a ainsi pu observer que :

- $70$ % des personnes de $15$ à $29$ ans ont déjà publié sur ce réseau social ;
- $46$ % des personnes de $30$ à $59$ ans ont déjà publié sur ce réseau social ;
- $15$ % des personnes d'au moins $60$ ans ont déjà publié sur ce réseau social.

On interroge une personne âgée d'au moins $15$ ans vivant en France et on lui demande si elle a déjà publié sur ce réseau social.

On note :

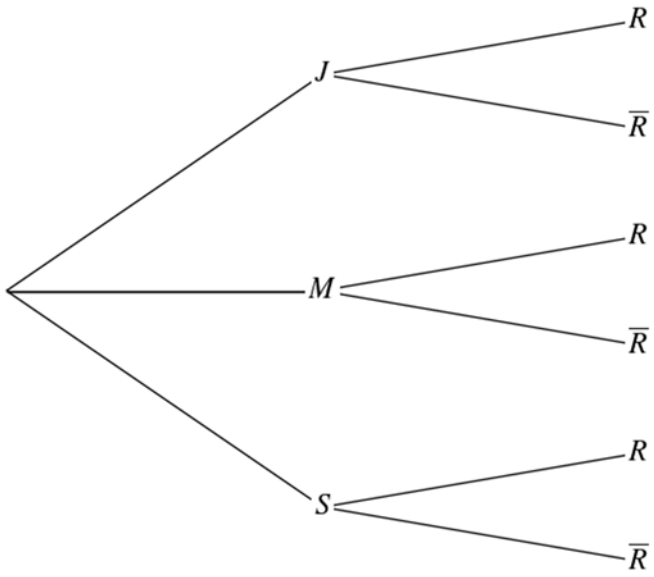
- $J$ l'événement : « la personne interrogée a entre $15$ et $29$ ans » ;
- $M$ l'événement : « la personne interrogée a entre $30$ et $59$ ans » ;
- $S$ l'événement : « la personne interrogée a au moins $60$ ans » ;
- $R$ l'événement : « la personne interrogée a déjà publié sur ce réseau social ».

On note $\overline{R}$ l'événement contraire de l'événement $R$.

Dans tout l'exercice, les valeurs approchées seront arrondies au millième.

**Partie A**

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité.



2. Déterminer $P(M \cap R)$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

3. On interroge au hasard une personne âgée d'au moins $15$ ans vivant en France.

   a. Calculer la probabilité qu'elle ait déjà publié sur ce réseau social.
   b. On sait que cette personne a déjà publié sur ce réseau social. Déterminer la probabilité qu'elle ait au moins $60$ ans.

**Partie B**

Au cours d'un sondage, on interroge successivement, au hasard et de manière indépendante, $100$ personnes âgées d'au moins $15$ ans vivant en France et on leur demande si elles ont déjà publié sur ce réseau social. La population du pays est suffisamment grande pour qu'on assimile le choix des personnes sondées à des tirages successifs avec remise.
On note $X$ la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes ayant déjà publié sur ce réseau social parmi ces $100$ personnes interrogées.
Dans cette partie, on admet que la probabilité qu'une personne âgée d'au moins $15$ ans vivant en France ait déjà publié sur ce réseau social est $0{,}41$.

1. On admet que la variable aléatoire $X$ suit une loi binomiale. Donner ses paramètres.

2. Calculer la probabilité qu'au moins la moitié des $100$ personnes interrogées ait déjà publié sur ce réseau social.

3. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $X$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

**Partie C**

On effectue le sondage décrit dans la **partie B** dans $150$ villes françaises en respectant les mêmes conditions.

On note $X_1$, $X_2$, … , $X_{150}$ les variables aléatoires donnant le nombre de personnes ayant déjà publié sur ce réseau social parmi les $100$ personnes interrogées dans chacune des $150$ villes.

On considère $Y$ la variable aléatoire définie par

$$Y = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_{150}}{150}.$$

Démontrer que la probabilité que la variable aléatoire $Y$ soit strictement comprise entre $37$ et $45$ est strictement supérieure à $98$ %.

**Exercice 3 (6 points)**

**Partie A**

On note $f$ la fonction définie sur l'intervalle $[2;+\infty[$ par $f(x)=\ln(3x^2+2x)$.
On admet que la fonction $f$ est dérivable sur l'intervalle $[2;+\infty[$ et on note $f'$ sa fonction dérivée.

1. Démontrer que la fonction $f$ est strictement croissante sur l'intervalle $[2;+\infty[$.

2. On note $g$ la fonction définie sur l'intervalle $[2;+\infty[$ par $g(x)=f(x)-x$.
   On admet que la fonction $g$ est strictement décroissante sur l'intervalle $[2;+\infty[$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ .

   a. Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution $\alpha$ sur l'intervalle $[2;+\infty[$.
   b. Donner la valeur de $\alpha$ arrondie au centième.
   c. En déduire le tableau de signes de la fonction $g$ sur l'intervalle $[2;+\infty[$.

**Partie B**

Dans cette partie, les réponses pourront s'appuyer sur les résultats de la **partie A**.

On définit une suite $(a_n)$ par son premier terme $a_0>0$ et pour tout entier naturel $n$,

$$a_{n+1}=\ln(3a_n^2+2a_n)$$

On étudie le cas où $2\leq a_0\leq\alpha$ , où $\alpha$ est l'unique solution de l'équation $g(x)=0$.

1. Démontrer que, pour tout entier naturel $n$, on a $2\leq a_n\leq\alpha$.

2. Démontrer que la suite $(a_n)$ est croissante.

3. Démontrer que la suite $(a_n)$ converge.

4. Démontrer que la limite de la suite $(a_n)$ est $\alpha$.

**Partie C**

Dans cette partie, on prend $a_0=2$. La suite $(a_n)$ est ainsi définie par $a_0=2$ et pour tout entier naturel $n$, $a_{n+1}=\ln(3a_n^2+2a_n)$.

On note $(b_n)$ la suite définie par $b_0=10$ et pour tout entier naturel $n$, $b_{n+1}=\ln(3b_n^2+2b_n)$.
On admet que la suite $(b_n)$ est strictement décroissante et qu'elle converge vers $\alpha$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel $n$, on a $a_n \leq b_n$.

2. On considère le script ci-dessous écrit en langage Python.

```
from math import *
def algo(p) :
    a = 2
    b = 10
    n = 0
    while b - a > 10**(-p) :
        a = log(3*a**2 + 2*a)
        b = log(3*b**2 + 2*b)
        n = n + 1
    return (n,a)
```

On rappelle qu'en langage Python :

- la commande `log(c)` renvoie la valeur de $\ln(c)$ ;
- la commande `a**2` renvoie la valeur de $a^2$.

a. Donner les valeurs renvoyées par l'instruction `algo(2)`.
*On arrondira si besoin les valeurs au millième.*

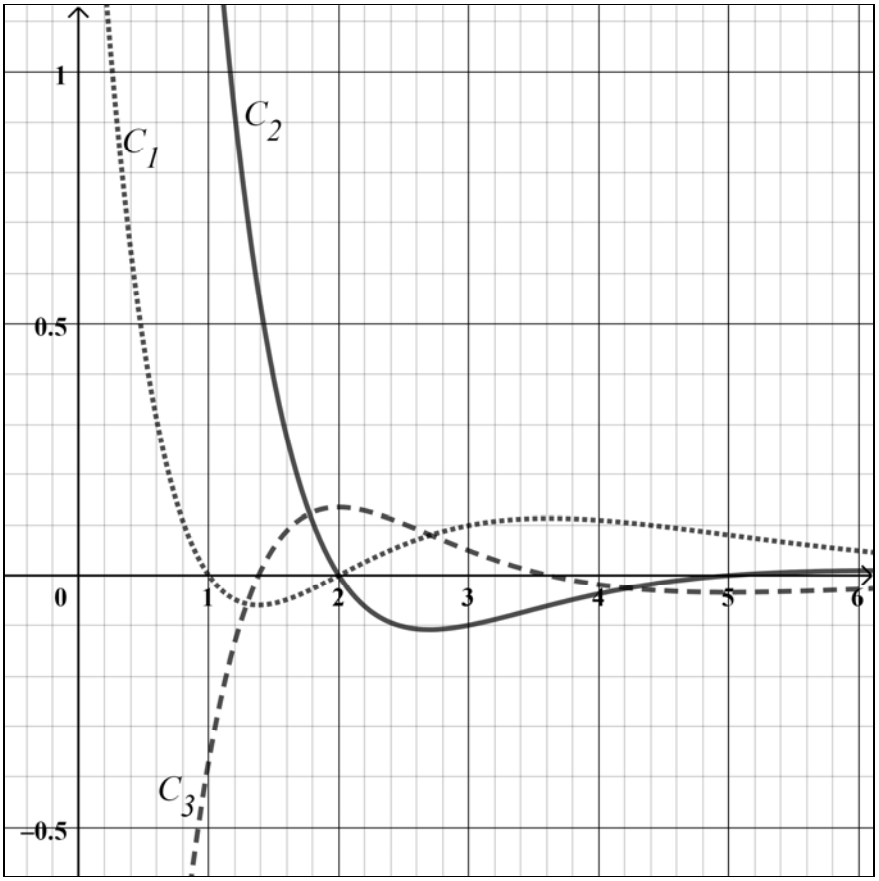
b. Interpréter les valeurs renvoyées dans le contexte de l'exercice.

**Exercice 4 (6 points)**

**Partie A**

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé trois courbes $C_1$, $C_2$ et $C_3$.

Les courbes correspondent aux représentations graphiques de trois fonctions définies sur $\mathbb{R}$ : une fonction $f$, sa dérivée $f'$ et sa dérivée seconde $f''$.




Associer chacune des fonctions $f$, $f'$ et $f''$ à sa courbe représentative. *Aucune justification n'est attendue.*

**Partie B**

On considère l'équation différentielle $(E)$ définie par $y' + y = (2x - 3)\mathrm{e}^{-x}$ où $y$ est une fonction de la variable réelle $x$.

1. On considère la fonction $g$ définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x^2 - 3x)\mathrm{e}^{-x}$.
   Démontrer que la fonction $g$ est une solution particulière de l'équation différentielle $(E)$.

2. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle $y' + y = 0$.

3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle $(E)$.

4. Déterminer la solution $f$ de l'équation différentielle $(E)$ telle que $f(0) = 2$.

**Partie C**

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{-x}(x^2 - 3x + 2)$ et on note $C_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Étudier le signe de la fonction $f$ sur $\mathbb{R}$.

2. a. Déterminer la limite de la fonction $f$ en $-\infty$.
   b. Déterminer la limite de la fonction $f$ en $+\infty$.

3. On note $I$ l'intégrale définie par :
$$I = \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$$
   a. À l'aide de deux intégrations par parties successives, démontrer que $I = 1 - \frac{1}{\mathrm{e}}$ .
   b. Interpréter graphiquement ce résultat.

**Partie D**

On considère un réel $a$.
On note $(T_a)$ la tangente à la courbe $C_f$ au point d'abscisse $a$.

1. Démontrer que le point d'intersection de la tangente $(T_a)$ et de l'axe des ordonnées a pour ordonnée $(a^3 - 4a^2 + 2a + 2)\mathrm{e}^{-a}$.

2. Déterminer le nombre de tangentes à la courbe $C_f$ passant par l'origine du repère.
   *Le candidat explicitera les étapes de la démarche utilisée.*