www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 2

CORRIGÉ EXERCICE 4

MAYOTTE, RÉUNION
2026

LE LOGO

CORRECTION

PARTIE A

1. a. Donnons $f'(1)$:

Graphiquement, la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point $C(1; f(1))$ est parallèle à l'axe des abscisses.

Il s'agit donc d'une droite de coefficient directeur: 0.

Ainsi, $f'(1)$ est égal à: 0.

1. b. Donnons la solution de $f(x) = 0$ sur $[0; 3]$:

Graphiquement, la courbe $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses au point $A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$, sur $[0; 3]$.

Ainsi, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution: $x = \frac{1}{2}$.

Freemaths : Tous droits réservés

2. Déterminons $f'\left(\frac{1}{2}\right)$:

Graphiquement, la tangente T_A passe par deux points:

$$A\left(\frac{1}{2};0\right) \text{ et } B(1;e^2).$$

Dans ces conditions, nous avons: $f'\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

$$=\frac{e^2-0}{1-\frac{1}{2}}$$

$$=2e^2.$$

Ainsi, $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ est égal à: $2e^2$.

3. Indiquons lesquelles et justifions:

Procédons par élimination: la courbe $\mathcal{C}_3$ représente une fonction décroissante sur " l'intervalle $[0,5;0,7]$ ", alors que la fonction f est positive sur cet intervalle.

En effet, une primitive de f devrait être croissante sur $[0,5;0,7]$ car $F'=f>0$.

Donc $\mathcal{C}_3$ not good.

Nous retiendrons les courbes: $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$.

Freemaths: Tous droits réservés

PARTIE B

PRÉALABLE:

- $f(x) = (2x - 1)\,e^{-2x+3}$ $\quad (U \times V)$
- $\mathcal{D}f = [0; +\infty[$
- f est dérivable sur $\mathcal{D}f$.

Freemaths : Tous droits réservés

1. a. Vérifions l'égalité sur $[0; +\infty[$:

$$\text{Sur } [0; +\infty[: \quad e^2 \times \frac{2x - 1}{e^{2x-1}} = e^{(2 - 2x + 1)} \times (2x - 1)$$

$$= (2x - 1) \times e^{-2x+3}$$

$$= f(x).$$

Sur $[0; +\infty[$, nous avons donc bien: $f(x) = e^2 \times \dfrac{2x - 1}{e^{2x-1}}$.

1. b. Déduisons-en la limite de f en $+\infty$:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} e^2 \times \frac{2x - 1}{e^{2x-1}}$$

$$= e^2 \times \lim_{X \to +\infty} \frac{X}{e^X}, \text{ avec } X = 2x - 1 \longrightarrow +\infty \text{ car } X \to +\infty$$

$$= e^2 \times 0, \quad \text{car } \lim_{X \to +\infty} \frac{X}{e^X} = 0 \text{ d'après le cours}$$

$= 0$.

D'où : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$.

2. a. Calculons f' :

f est dérivable sur $[\,0\,;+\infty\,[$, d'après l'énoncé.

Dans ces conditions, pour tout $x \in [\,0\,;+\infty\,[$:

$f'(x) = (\,2 \times e^{-2x+3}\,) + ((\,2x - 1\,) \times -2 \times e^{-2x+3}\,)$

$(\,U' \times V + U \times V'\,)$

$= e^{-2x+3}\,(\,2 - 4x + 2\,)$

$= e^{-2x+3} \times (\,4 - 4x\,)$.

Nous avons donc bien sur $[\,0\,;+\infty\,[$: $f'(x) = e^{-2x+3} \times (\,4 - 4x\,)$.

2. b. Dressons le tableau des variations de f sur $[\,0\,;+\infty\,[$:

Sur $[\,0\,;+\infty\,[$, $e^{-2x+3} > 0$ toujours.

Donc le signe de f' dépend uniquement du signe de $4 - 4x$.

Distinguons 2 cas :

- $f'(x) \leqslant 0$ ssi $4 - 4x \leqslant 0$ cad ssi $x \geqslant 1$
- $f'(x) \geqslant 0$ ssi $4 - 4x \geqslant 0$ cad ssi $x \leqslant 1$.

Freemaths : Tous droits réservés

Dans ces conditions: • f est croissante sur $[0;1]$

• f est décroissante sur $[1;+\infty[$.

Et le tableau des variations de f sur $[0;+\infty[$ est:

x	0		1		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	
f	$-e^3$	↗	e	↘	0

3. a. Justifions que la contrainte imposée par le client se traduit par l'égalité $f(\alpha)=0,15$:

L'unité ici est le **centimètre** et donc une distance de $0,3$ **cm** se traduit par une distance de $0,3$ **unité graphique**.

Puisque la distance est verticale entre le point $(\alpha;f(\alpha))$ et le symétrique de ce point par rapport à l'axe des abscisses, cad le point de coordonnées $(\alpha;-f(\alpha))$, la distance entre ces deux points est: $2f(\alpha)$.

Dans ces conditions, nous avons donc: $2f(\alpha)=0,3$.

La contrainte imposée par le client est donc bien: $f(\alpha)=0,15$.

3. b. Montrons que $f(\alpha)=0,15$ admet une unique solution sur $[1;+\infty[$:

Freemaths : Tous droits réservés

Nous allons appliquer le **corollaire** du théorème des valeurs intermédiaires pour répondre à cette question.

D'après le corollaire du TVI: Soit f une fonction continue et strictement monotone sur $I = [a; b]$ ou $I =]a; b[$ ($a < b$). Pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution dans I.

Ici: • f est continue sur $\mathcal{D}f$ donc sur $[1; +\infty[$,

• " $k = 0,15$ " est compris entre: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

et: $f(1) = e$,

• f est strictement est décroissante sur $[1; +\infty[$.

Ainsi, d'après le corollaire du TVI, l'équation $f(\alpha) = 0,15$ ($k = 0,15$) admet bien une unique solution α appartenant à $[1; +\infty[$.

Au total, $f(\alpha) = 0,15$ admet bien une unique solution α sur $[1; +\infty[$.

Une valeur arrondie à 10^{-1} près est: $\alpha \approx 3,3$.

PARTIE C

1. A l'aide d'une IPP, montrons que $I \approx 3,6$:

Ici: $I = \int_{0,5}^{3,3} f(x)\,dx = \int_{0,5}^{3,3} (2x - 1)\,e^{-2x+3}\,dx$.

Freemaths : Tous droits réservés

Procédons à une IPP.

Posons: • $U(x) = 2x - 1$, d'où $U'(x) = 2$

• $V'(x) = e^{-2x+3}$, d'où $V(x) = -\frac{1}{2} \times e^{-2x+3}$.

Dans ces conditions: $I = \left[(2x - 1) \times \left(-\frac{1}{2} \times e^{-2x+3} \right) \right]_{0,5}^{3,3}$

$$- \int_{0,5}^{3,3} 2 \times \left(-\frac{1}{2} \times e^{-2x+3} \right) dx$$

$$= -2,8\, e^{-3,6} + \int_{0,5}^{3,3} e^{-2x+3}\, dx$$

$$= -2,8\, e^{-3,6} + \left(-\frac{1}{2} \right) \times \left[e^{-2x+3} \right]_{0,5}^{3,3}$$

$$= -2,8\, e^{-3,6} - \frac{1}{2} \times (e^{-3,6} - e^{2})$$

$$= 0,5\, e^{2} - 3,3\, e^{-3,6}$$

$$\approx 3,6, \text{ à } 10^{-1} \text{ près.}$$

Ainsi à 10^{-1} près, nous avons bien: $I \approx 3,6$.

Freemaths : Tous droits réservés

2. Déterminons le volume du porte-clé en cm:

Le volume du porté-clé est: aire du logo x épaisseur de la plaque

$= (2 \times I) \times 0,2$

$= 1,4\ cm^3$ au dixième près.

Freemaths : Tous droits réservés