Spé Maths
Terminale

Équations Différentielles

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RÉSOUDRE $y' = ay + f$

6

CORRECTION

1. Vérifions que " g " est bien une solution particulière de (E):

Ici: $g(x) = 7x\,e^{3x}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

g est dérivable sur $\mathbb{R}$, et nous avons: $g'(x) = 7e^{3x} + 21x\,e^{3x}$.

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$g'(x) - 3\,g(x) = 7e^{3x} + 21x\,e^{3x} - 3\,(7x\,e^{3x})$$

$$= 7\,e^{3x}.$$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$: " g " est bien une solution particulière de (E).

2. Déterminons les solutions générales de l'équation $y' - 3y = 0$:

Les solutions générales de l'équation $y' - 3y = 0$ sont:

$$h_1(x) = C \cdot e^{3x},\ C \in \mathbb{R}.$$

3. Déduisons-en toutes les solutions générales de l'équation (E) sur $\mathbb{R}$:

Les solutions générales de $y' - 3y = 7e^{3x}$ sont:

$h(x) = h_1(x) + g(x)$ cad $h(x) = C \cdot e^{3x} + 7x\,e^{3x},\ C \in \mathbb{R}$.

4. Déduisons-en l'unique solution h de (E) telle que $h(3) = 7$:

$h(3) = 7 \iff C.e^9 + 21\, e^9 = 7$

$\iff C = 7\, e^{-9} - 21.$

Ainsi, l'unique solution h de (E) telle que $h(3) = 7$ est:

$$h(x) = (7\, e^{-9} - 2).e^{3x} + 7\, x\, e^{3x}.$$