

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Équations **Différentielles**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RÉSOLVRE $y' = ay + f$

4

CORRECTION

D'après le cours, les fonctions solutions de $y' = ay + f$ ($a \in \mathbb{R}$) sont les fonctions de la forme: $x \rightarrow C e^{ax} + g(x)$, $C \in \mathbb{R}$.

Notons que " g " est une solution particulière de $y' = ay + f$.

1. Vérifions que " g " est bien une solution particulière de (E):

Ici: $g(x) = x e^x$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

g est dérivable sur \mathbb{R} , et nous avons: $g'(x) = e^x + x e^x$.

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} g'(x) - g(x) &= e^x + x e^x - x e^x \\ &= e^x. \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$: " g " est bien une solution particulière de (E).

2. Déterminons les solutions générales de l'équation $y' = y$:

Les solutions générales de l'équation $y' = y$ sont:

$$h(x) = C \cdot e^x, C \in \mathbb{R}.$$

3. Dédudions-en toutes les solutions générales de l'équation (E) sur \mathbb{R} :

Les solutions générales de $y' = y + e^x$ sont:

$$h(x) = h_1(x) + g(x) \text{ cad } h(x) = C.e^x + x e^x, C \in \mathbb{R}.$$

4. Dédudions-en l'unique solution h de (E) telle que $h(0) = 5$:

$$h(0) = 5 \Leftrightarrow C.e^0 + 0 = 5$$

$$\Leftrightarrow C = 5.$$

Ainsi, l'unique solution h de (E) telle que $h(0) = 5$ est:

$$h(x) = 5.e^x + x e^x.$$