Spé Maths
Terminale

Équations Différentielles

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RÉSOUDRE $y' = ay$ 5

CORRECTION

D'après le cours, les fonctions solutions de $y' = ay$ ($a \in IR$) sont les fonctions de la forme: $x \rightarrow C\,e^{ax}$, $C \in IR$.

1. Résolvons dans IR l'équation différentielle $2y' + 3y = 0$ avec $y(0) = 2$:

Ici, l'équation différentielle s'écrit: $2y' + 3y = 0$ **cad** $y' = -\dfrac{3}{2}y$.

Dans ces conditions, $2y' + 3y = 0$ admet comme solutions les fonctions de la forme: $h(x) = C.e^{-\frac{3}{2}x}$, $C \in IR$.

Or $y(0) = 2$ <=> $h(0) = 2$

<=> $C.e^{0} = 2$

<=> $C = 2$.

Au total, la solution générale de $2y' + 3y = 0$ est: $h(x) = 2\,e^{-\frac{3}{2}x}$.

2. Résolvons dans IR l'équation différentielle $4y' + y = 0$ avec $y(0) = 5$:

Ici, l'équation différentielle s'écrit: $4y' + y = 0$ **cad** $y' = -\dfrac{1}{4}y$.

Dans ces conditions, $4y' + y = 0$ admet comme solutions les fonctions de la forme: $h(x) = C \cdot e^{-\frac{1}{4}x}$, $C \in \mathbb{R}$.

Or $y(0) = 5 \iff h(0) = 5$

$\iff C \cdot e^0 = 5$

$\iff C = 5$.

Au total, la solution générale de $4y' + y = 0$ est: $h(x) = 5\, e^{-\frac{1}{4}x}$.

3. Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $4y - 5y' = 0$ avec $y(1) = -3$:

Ici, l'équation différentielle s'écrit: $4y - 5y' = 0$ **cad** $y' = \dfrac{4}{5}y$.

Dans ces conditions, $4y - 5y' = 0$ admet comme solutions les fonctions de la forme: $h(x) = C \cdot e^{\frac{4}{5}x}$, $C \in \mathbb{R}$.

Or $y(1) = -3 \iff h(1) = -3$

$\iff C \cdot e^{\frac{4}{5}} = -3$

$\iff C = 3\, e^{-\frac{4}{5}}$.

Au total, la solution générale de $4y - 5y' = 0$ est: $h(x) = 3\, e^{\frac{4}{5}x - \frac{4}{5}}$.