

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Équations **Différentielles**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RÉSoudre $y' = ay$

4

CORRECTION

D'après le cours, les fonctions solutions de $y' = ay$ ($a \in \mathbb{R}$) sont les fonctions de la forme: $x \rightarrow C e^{ax}$, $C \in \mathbb{R}$.

1. Résolvons dans \mathbb{R} l'équation différentielle $y' = 4y$ avec $y(0) = 5$:

Ici, l'équation différentielle s'écrit: $y' = 4y$.

Dans ces conditions, $y' = 4y$ admet comme solutions les fonctions de la forme: $h(x) = C \cdot e^{4x}$, $C \in \mathbb{R}$.

$$\text{Or } y(0) = 5 \Leftrightarrow h(0) = 5$$

$$\Leftrightarrow C \cdot e^0 = 5$$

$$\Leftrightarrow C = 5.$$

Au total, la solution générale de $y' = 4y$ est: $h(x) = 5 e^{4x}$.

2. Résolvons dans \mathbb{R} l'équation différentielle $y' + 2y = 0$ avec $y\left(\frac{1}{2}\right) = e$:

Ici, l'équation différentielle s'écrit: $y' + 2y = 0$ cad $y' = -2y$.

Dans ces conditions, $y' + 2y = 0$ admet comme solutions les fonctions de la

forme: $h(x) = C \cdot e^{-2x}$, $C \in \mathbb{R}$.

$$\text{Or } y\left(\frac{1}{2}\right) = e \Leftrightarrow h\left(\frac{1}{2}\right) = e$$

$$\Leftrightarrow C \cdot e^{-1} = e$$

$$\Leftrightarrow C = e^2.$$

Au total, la solution générale de $y' + 2y$ est: $h(x) = e^{-2x+2}$.

3. Résolvons dans \mathbb{R} l'équation différentielle $3y' + y = 0$ avec $y(0) = 1$:

Ici, l'équation différentielle s'écrit: $3y' + y = 0$ cad $y' = -\frac{1}{3}y$.

Dans ces conditions, $3y' + y = 0$ admet comme solutions les fonctions de la

forme: $h(x) = C \cdot e^{-\frac{1}{3}x}$, $C \in \mathbb{R}$.

$$\text{Or } y(0) = 1 \Leftrightarrow h(0) = 1$$

$$\Leftrightarrow C \cdot e^0 = 1$$

$$\Leftrightarrow C = 1.$$

Au total, la solution générale de $3y' + y = 0$ est: $h(x) = e^{-\frac{1}{3}x}$.