

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Équations **Différentielles**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

SOLUTION DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE ?

3

CORRECTION

1. Vérifions que f est bien solution de $\frac{y'}{2} + y = 9e^{7x}$ (E):

Ici: $f(x) = -\frac{2}{3}e^{-2x} + 2e^{7x}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

f est dérivable sur \mathbb{R} , et nous avons: $f'(x) = \frac{4}{3}e^{-2x} + 14e^{7x}$.

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} \frac{f'(x)}{2} + f(x) &= \left(\frac{2}{3}e^{-2x} + 7e^{7x} \right) + \left(-\frac{2}{3}e^{-2x} + 2e^{7x} \right) \\ &= 9e^{7x}. \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$: f est bien solution de l'équation différentielle (E).

2. Vérifions que f est bien solution de $9y' - 3y = e^{x/3}$ (E):

Ici: $f(x) = \left(2e^{-1/3} - \frac{1}{9} \right) e^{x/3} + \frac{1}{9} x e^{x/3}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

f est dérivable sur \mathbb{R} , et nous avons:

$$f'(x) = \left(\frac{2}{3} e^{-1/3} - \frac{1}{27} \right) e^{x/3} + \frac{1}{9} \left[(1 \times e^{x/3}) + \left(\frac{x}{3} e^{x/3} \right) \right]$$

$$= e^{x/3} \times \left(\frac{2}{3} e^{-1/3} + \frac{2}{27} + \frac{x}{27} \right).$$

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$9f'(x) - 3f(x) = e^{x/3} \times \left(6e^{-1/3} + \frac{2}{3} + \frac{x}{3} \right) - \left(6e^{-1/3} - \frac{1}{3} \right) e^{x/3} - \frac{1}{3} x e^{x/3}$$

$$= e^{x/3}.$$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$: f est bien solution de l'équation différentielle (E).