Maths Expertes
Terminale

Nombres Complexes
Forme Trigonométrique

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

FORME TRIGONOMÉTRIQUE ? 2

CORRECTION

1. Déterminons la forme trigonométrique de z_1 et z_2 :

1. a. Forme trigonométrique de z_1 :

$$z_1 = -2\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$$

$$= -2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right),$$ car : • $\cos(-x) = \cos x$ • $\sin(-x) = -\sin x$

$$= z_a \times z_b, \text{ avec : } z_a = -2 \text{ et } z_b = \cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right).$$

• Le module de z_a est : $r_a = 2$.

Dans ces conditions : $-2 = 2\,(\cos(\theta_a) + i\sin(\theta_a))$.

D'où : $\begin{cases} -2 = 2\cos(\theta_a) \\ 0 = 2\sin(\theta_a) \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \cos(\theta_a) = -1 \\ \sin(\theta_a) = 0 \end{cases}$ cad $\theta_a = \pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Ainsi : $z_a = 2 \times (\cos(\pi) + i\sin(\pi))$.

- Le module de z_b est: $r_b = 1$.

Et: $\theta_b = -\frac{\pi}{12} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ainsi: $z_b = 1 \times \left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)$.

En conclusion, la forme trigonométrique de z_1 est:

$$z_1 = [\,2 \times (\cos(\pi) + i \sin(\pi))\,] \times \left[1 \times \left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)\right]$$

$$= 2\left(\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)\right).$$

$$\left[\frac{11\pi}{12} = \pi + \left(-\frac{\pi}{12}\right)\right]$$

1. b. Forme trigonométrique de z_2:

$$z_2 = -4\left(\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)\right)$$

$= z_a \times z_b$, avec: $z_a = -4$ et $z_b = \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$.

- Le module de z_a est: $r_a = 4$.

Et comme précédemment: $\theta_a = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ainsi: $z_a = 4 \times (\cos(\pi) + i \sin(\pi))$.

- Le module de z_b est: $r_b = 1$.

Et: $\theta_b = \frac{\pi}{5} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ainsi: $z_b = 1 \times \left(\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)\right)$.

En conclusion, la forme trigonométrique de z_2 est:

$$z_2 = [\, 4 \times (\cos(\pi) + i \sin(\pi))\,] \times \left[1 \times \left(\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)\right)\right]$$

$$= 4\left(\cos\left(\frac{6\pi}{5}\right) + i \sin\left(\frac{6\pi}{5}\right)\right).$$

$$\left[\frac{6\pi}{5} = \pi + \frac{\pi}{5}\right]$$

2. Déduisons-en les formes exponentielles:

Sous forme exponentielle, z_1 et z_2 s'écrivent:

- $z_1 = 2 \times e^{i\frac{11\pi}{12}}$
- $z_2 = 4 \times e^{i\frac{6\pi}{5}}$.