

www.freemaths.fr

Maths Expertes Terminale

Nombres Complexes
Forme Trigonométrique



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

FORME TRIGONOMETRIQUE

2

CORRECTION

1. Écrivons sous forme trigonométrique $z = 1 - \sqrt{3}i$:

Le module de z est: $r = 2$.

Dans ces conditions: $z = 2(\cos\theta + i\sin\theta)$.

Or: $z = 1 - \sqrt{3}i$.

$$\text{D'où: } \begin{cases} 1 = 2 \cos\theta \\ -\sqrt{3} = 2 \sin\theta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\theta = \frac{1}{2} \\ \sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \text{ cad } \theta = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Au total, sous forme trigonométrique: $z = 2 \left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right)$.

2. Écrivons sous forme trigonométrique $z = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}i$:

Le module de z est: $r = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Dans ces conditions: $z = \frac{2}{\sqrt{3}}(\cos\theta + i\sin\theta)$.

Or: $z = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}i$.

D'où:
$$\begin{cases} 1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cos \theta \\ \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \theta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin \theta = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ cad } \theta = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Au total, sous forme trigonométrique: $z = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$.

3. Écrivons sous forme trigonométrique $z = \frac{\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}i\right)}{(1 - \sqrt{3}i)}$:

Nous savons déjà que: $\bullet 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}i = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$,

$\bullet 1 - \sqrt{3}i = 2 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right)$.

Dans ces conditions: $z = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)}{2 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right)}$

$= \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\cos \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} \right) \right)$.

$$\text{(car: } \frac{r_1 (\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)}{r_2 (\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)])$$

Au total, sous forme trigonométrique: $z = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$.