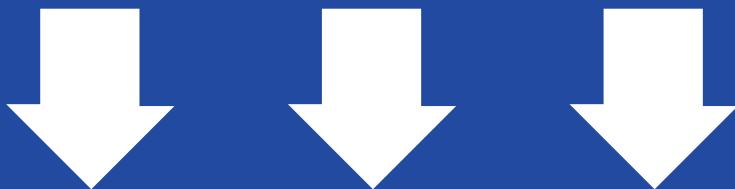


Maths Expertes

Terminale

Nombres Complexes
Forme Trigonométrique



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

FORME TRIGONOMÉTRIQUE

1

CORRECTION

1. Écrivons sous forme trigonométrique $z = 1 + i$:

Le module de z est: $r = \sqrt{2}$.

Dans ces conditions: $z = \sqrt{2} (\cos\theta + i\sin\theta)$.

Or: $z = 1 + i$.

$$\text{D'où: } \begin{cases} 1 = \sqrt{2} \cos\theta \\ 1 = \sqrt{2} \sin\theta \end{cases} \iff \begin{cases} \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \text{ cad } \theta = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Au total, sous forme trigonométrique: $z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$.

2. Écrivons sous forme trigonométrique $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i$:

Le module de z est: $r = 1$.

Dans ces conditions: $z = 1 (\cos\theta + i\sin\theta)$.

$$\text{Or: } z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

D'où:
$$\begin{cases} \frac{1}{2} = \cos\theta \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\theta \end{cases}$$
 cad $\theta = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Au total, sous forme trigonométrique: $z = 1 \left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right).$

3. Écrivons sous forme trigonométrique $z = \frac{(1-i)}{(1+i)}$.

Posons: $z = \frac{z_1}{z_2}$, avec: $z_1 = (1-i)$ et $z_2 = (1+i)$.

- Le module de $z_1 = 1-i$ est: $r = \sqrt{2}$.

Dans ces conditions: $(1-i) = \sqrt{2} (\cos\theta_1 + i \sin\theta_1)$.

D'où: $\begin{cases} 1 = \sqrt{2} \cos\theta_1 \\ -i = \sqrt{2} \sin\theta_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\theta_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\theta_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ cad $\theta_1 = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Ainsi: $z_1 = \sqrt{2} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right).$

- De plus, le module de $z_2 = (1+i)$ est: $r = \sqrt{2}$.

Dans ces conditions: $(1+i) = \sqrt{2} (\cos\theta_2 + i \sin\theta_2)$.

D'où: $\begin{cases} l = \sqrt{2} \cos \theta_2 \\ l = \sqrt{2} \sin \theta_2 \end{cases} \iff \begin{cases} \cos \theta_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin \theta_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ cad $\theta_2 = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ainsi: $z_2 = \sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) \right).$

• D'où: $z = \frac{z_1}{z_2} \iff z = \frac{\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)}{\sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) \right)}$
 $= \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right) \right).$

(car: $\frac{r_1 (\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)}{r_2 (\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$)

Au total, sous forme trigonométrique: $z = l \left(\cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right)$