

www.freemaths.fr

Maths Expertes

Terminale

Nombres Complexes
Forme Algébrique



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RÉEL OU IMAGINAIRE PUR ?

2

CORRECTION

Soit $z = x + iy$, la forme algébrique d'un nombre complexe:

- x = la partie réelle de z , notée $\text{Re}(z)$
- y = la partie imaginaire de z , notée $\text{Im}(z)$
- z est un nombre réel quand $y = 0$
- z est un imaginaire pur quand $x = 0$.

1. Calculons $z_1 + z_2$ et concluons:

$$\begin{aligned}
 \text{Ici: } z_1 + z_2 &= \frac{4-i}{3+2i} + \frac{4+i}{3-2i} \\
 &= \frac{(4-i)(3-2i) + (4+i)(3+2i)}{(3+2i)(3-2i)} \\
 &= \frac{12 - 8i - 3i + 2i^2 + 12 + 8i + 3i + 2i^2}{13} \\
 &= \frac{12 - 8i - 3i - 2 + 12 + 8i + 3i - 2}{13}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{20}{13}$$

Conclusion: • $z_1 + z_2$ est un nombre réel,
• $\text{Im}(z_1 + z_2) = 0$.

2. Calculons $z_1 - z_2$ et concluons:

$$\begin{aligned} \text{Ici: } z_1 - z_2 &= \frac{4-i}{3+2i} - \frac{4+i}{3-2i} \\ &= \frac{(4-i)(3-2i) - (4+i)(3+2i)}{13} \\ &= \frac{12 - 8i - 3i + 2i^2 - (12 + 8i + 3i + 2i^2)}{13} \\ &= \frac{12 - 11i - 2 - (12 + 11i - 2)}{13} \\ &= i \left(\frac{-22}{13} \right). \end{aligned}$$

Conclusion: • $z_1 - z_2$ est un imaginaire pur,
• $\text{Re}(z_1 - z_2) = 0$.

3. Calculons $z_1 \times z_2$ et concluons:

$$\text{Ici: } z_1 \times z_2 = \left(\frac{4-i}{3+2i} \right) \times \left(\frac{4+i}{3-2i} \right)$$

$$= \frac{(4-i) \times (4+i)}{(3+2i) \times (3-2i)}$$

$$= \frac{16 + 4i - 4i - i^2}{13}$$

$$= \frac{16 + 1}{13}$$

$$= \frac{17}{13}$$

Conclusion:

- $z_1 \times z_2$ est un nombre réel,
- $\text{Im}(z_1 \times z_2) = 0$.