

www.freemaths.fr

Maths Expertes

Terminale

Nombres Complexes
Forme Algébrique



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

PARTIES RÉELLE ET IMAGINAIRE

2

CORRECTION

D'après le cours, nous savons que la forme algébrique d'un nombre complexe z est $z = x + iy$, avec:

- x = la partie réelle de z , notée $\text{Re}(z)$
- y = la partie imaginaire de z , notée $\text{Im}(z)$.

1. Déterminons les parties réelle et imaginaire de $A = z \times z'$:

$$A = z \times z', \text{ avec: } z = a + ib \text{ et } z' = a' + ib'$$

$$\text{D'où: } A = (a + ib) \times (a' + ib') \Leftrightarrow A = aa' + iab' + iba' + i^2bb'$$

$$\Leftrightarrow A = aa' + iab' + iba' - bb'$$

$$\text{cad } A = (aa' - bb') + i \times (ab' + ba')$$

Ainsi: • la partie réelle de A est: $aa' - bb' = \text{Re}(A)$

• la partie imaginaire de A est: $ab' + ba' = \text{Im}(A)$.

2. Déterminons les parties réelle et imaginaire de $B = \frac{z}{z'}$:

$$B = \frac{z}{z'}, \text{ avec: } z = a + ib \text{ et } z' = a' + ib'$$

$$\text{D'où: } B = \frac{(a+ib)}{(a'+ib')} \Leftrightarrow B = \frac{(a+ib)(a'-ib')}{(a'+ib')(a'-ib')}$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{aa' - iab' + iba' - i^2bb'}{a'^2 + b'^2}$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{aa' - iab' + iba' + bb'}{a'^2 + b'^2}$$

$$\text{cad } B = \left(\frac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2} \right) + i \times \left(\frac{ba' - ab'}{a'^2 + b'^2} \right).$$

Ainsi: • la partie réelle de B est: $\frac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2} = \text{Re}(B)$

• la partie imaginaire de B est: $\frac{ba' - ab'}{a'^2 + b'^2} = \text{Im}(B)$.

3. Déterminons les parties réelle et imaginaire de $C = 3A - 7B$:

$$C = 3A - 7B, \text{ avec: } A = \text{Re}(A) + i \times \text{Im}(A) \text{ et } B = \text{Re}(B) + i \times \text{Im}(B).$$

$$\text{D'où: } C = [3\text{Re}(A) - 7\text{Re}(B)] + i \times [3\text{Im}(A) - 7\text{Im}(B)]$$

Ainsi: • la partie réelle de C est: $3 \times (aa' - bb') - 7 \times \left(\frac{aa' + bb'}{a'^2 + b'^2} \right)$

• la partie imaginaire de C est: $3 \times (ab' + ba') - 7 \times \left(\frac{ba' - ab'}{a'^2 + b'^2} \right)$.