

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Expertes

## Terminale

Graphes, Matrices, Suites

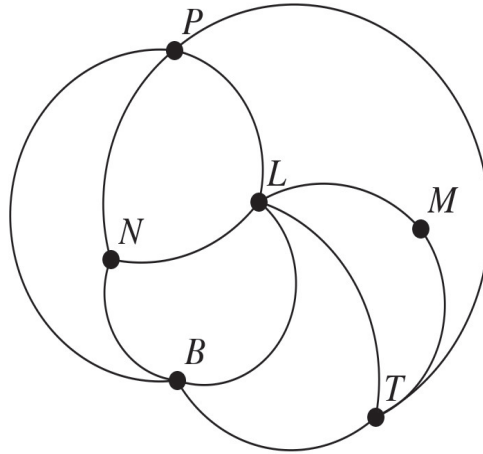


**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

# LE JOURNALISTE BRITANNIQUE

Un journaliste britannique d'une revue consacrée à l'automobile doit tester les autoroutes françaises. Pour remplir sa mission, il décide de louer une voiture et de circuler entre six grandes villes françaises : Bordeaux ( $B$ ), Lyon ( $L$ ), Marseille ( $M$ ), Nantes ( $N$ ), Paris ( $P$ ) et Toulouse ( $T$ ).

Le réseau autoroutier reliant ces six villes est modélisé par le graphe ci-dessous sur lequel les sommets représentent les villes et les arêtes les liaisons autoroutières entre ces villes.



## Partie A

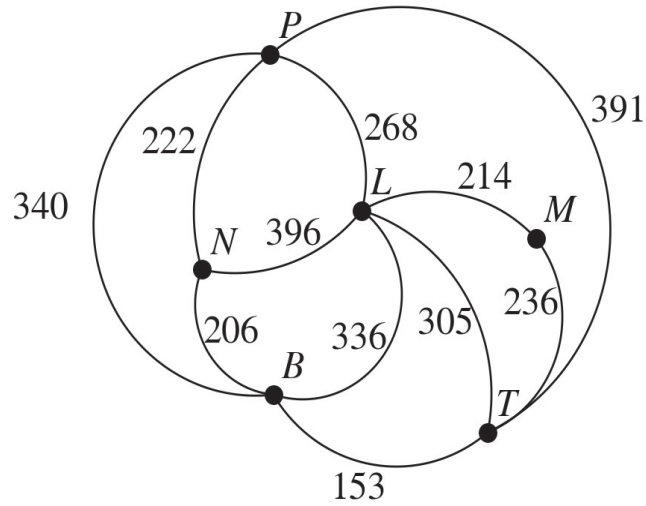
- Quel est l'ordre du graphe ?
  - Le graphe est-il complet ? Justifier la réponse.
- On admet que le graphe est connexe. Le journaliste envisage de parcourir chacune des liaisons modélisées sur le graphe une fois et une seule. Est-ce possible ? Justifier la réponse.
  - Le journaliste va-t-il pouvoir louer sa voiture dans un aéroport parisien, parcourir chacune des liaisons une et une seule fois puis rendre la voiture dans le même aéroport ? Justifier la réponse.
- On nomme  $G$  la matrice d'adjacence du graphe (les villes étant rangées dans l'ordre alphabétique). On donne :

$$G = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \dots & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad G^3 = \begin{pmatrix} 10 & 13 & 5 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 12 & 8 & 11 & 13 & 12 \\ 5 & 8 & 2 & 5 & 5 & 7 \\ 10 & 11 & 5 & 6 & 10 & 7 \\ 11 & 13 & 5 & 10 & 10 & 12 \\ 12 & 12 & 7 & 7 & 12 & 8 \end{pmatrix}$$

- Recopier et compléter la matrice d'adjacence.
- Alors qu'il se trouve à Paris, le rédacteur en chef demande au journaliste d'être à Marseille exactement trois jours plus tard pour assister à une course automobile. Le journaliste décide chaque jour de s'arrêter dans une ville différente. Déterminer le nombre de trajets possibles.

### Partie B

On a indiqué sur le graphe ci-dessous le temps nécessaire en minutes pour parcourir chacune des liaisons autoroutières.



Le journaliste se trouve à Nantes et désire se rendre le plus rapidement possible à Marseille.

Déterminer un trajet qui minimise son temps de parcours.