

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Expertes Terminale

Arithmétique



**ÉNONCÉ** DE L'EXERCICE

# ARITHMÉTIQUE

Un numéro de carte bancaire est de la forme :

$$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9 a_{10} a_{11} a_{12} a_{13} a_{14} a_{15} c$$

où  $a_1, a_2, \dots, a_{15}$  et  $c$  sont des chiffres compris entre 0 et 9.

Les quinze premiers chiffres contiennent des informations sur le type de carte, la banque et le numéro de compte bancaire.

$c$  est la clé de validation du numéro. Ce chiffre est calculé à partir des quinze autres.

L'algorithme suivant permet de valider la conformité d'un numéro de carte donné.

**Initialisation :**  $I$  prend la valeur 0  
 $P$  prend la valeur 0  
 $R$  prend la valeur 0

**Traitement :** Pour  $k$  allant de 0 à 7 :  
|  $R$  prend la valeur du reste de la division euclidienne de  $2a_{2k+1}$  par 9  
|  $I$  prend la valeur  $I + R$   
Fin Pour  
Pour  $k$  allant de 1 à 7 :  
|  $P$  prend la valeur  $P + a_{2k}$   
Fin Pour  
 $S$  prend la valeur  $I + P + c$

**Sortie :** Si  $S$  est un multiple de 10 alors :  
| Afficher « Le numéro de la carte est correct. »  
Sinon :  
| Afficher « Le numéro de la carte n'est pas correct. »  
Fin Si

1. On considère le numéro de carte suivant : 5635 4002 9561 3411.
  - a) Compléter le tableau en annexe permettant d'obtenir la valeur finale de la variable  $I$ .
  - b) Justifier que le numéro de la carte 5635 4002 9561 3411 est correct.
  - c) On modifie le numéro de cette carte en changeant les deux premiers chiffres. Le premier chiffre (initialement 5) est changé en 6. Quel doit être le deuxième chiffre  $a$  pour que le numéro de carte obtenu  $6a35 4002 9561 3411$  reste correct ?
2. On connaît les quinze premiers chiffres du numéro d'une carte bancaire. Montrer qu'il existe une clé  $c$  rendant ce numéro de carte correct et que cette clé est unique.
3. Un numéro de carte dont les chiffres sont tous égaux peut-il être correct ? Si oui, donner tous les numéros de carte possibles de ce type.
4. On effectue le test suivant : on intervertit deux chiffres consécutifs distincts dans un numéro de carte correct et on vérifie si le numéro obtenu reste correct.  
On a trouvé une situation où ce n'est pas le cas, l'un des deux chiffres permutés valant 1.  
Peut-on déterminer l'autre chiffre permuté ?