

www.freemaths.fr

Maths Expertes

Terminale

La congruence



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

LA CONGRUENCE

11

ÉNONCÉ

1. a. Pour tout entier x tel que $0 \leq x \leq 12$, on désigne par r le reste de la division euclidienne du nombre $3x$ par 13.

Complétez le tableau ci-dessous donnant la valeur de r suivant la valeur de x :

| | | | | | | | | | | | | | |
|------|---|---|---|---|----|----|----|---|---|---|----|----|----|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| $3x$ | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | | | | | | |
| r | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 2 | 5 | | | | | | |

En déduire qu'il existe un unique entier u de l'ensemble $\{0, 1, 2, 3, \dots, 11, 12\}$ tel que: $3u \equiv 1 [13]$.

b. Soit a un entier relatif. Montrer que $3a \equiv 0 [13]$ ssi $a \equiv 0 [13]$.

2. Soit un entier naturel N tel que: $N = 10a + b$, avec a et b entiers naturels.

On lui associe l'entier N' tel que: $N' = a + 4b$.

a. Montrer que $N \equiv 3N' [13]$.

b. Démontrer que $N \equiv 0 [13]$ ssi $N' \equiv 0 [13]$.

3. a. Expliquer alors le critère de divisibilité par 13 suivant:

« Un nombre est divisible par 13 si et seulement si le nombre de ses dizaines augmenté du quadruple du chiffre de ses unités est divisible par 13 ».

b. Quels sont les multiples de 13 parmi les nombres 407, 7 805, 3 224 ?