

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Suites Géométriques



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

ENCORE DES SOMMES !

CORRECTION

Calculons S_1 , S_2 , S_3 et S_4 :

D'après le cours, pour tout entier naturel n non nul et $q \neq 1$:

$$1 + q + q^2 + q^3 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{(n+1)}}{1 - q}.$$

$$1. S_1 = 16 + 8 + 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}.$$

Nous avons:

$$S_1 = [1 + 2 + (2)^2 + (2)^3 + (2)^4] + \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \left(\frac{1}{2}\right)^6 + \left(\frac{1}{2}\right)^7 \right]$$

$$(q = 2)$$

$$\left(q = \frac{1}{2} \right)$$

$$= \left[\frac{1 - 2^5}{1 - 2} \right] + \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^8}{1 - \frac{1}{2}} - 1 \right]$$

$$= [2^5 - 1] + \left[2 - 2 \left(\frac{1}{2}\right)^8 - 1 \right]$$

$$= [2^5 - 1] + \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7 \right].$$

$$\text{D'où: } S_1 = 32 - \frac{1}{128}.$$

$$2. S_2 = \frac{1}{27} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 + 3 + 9 + 27 + 81:$$

$$\text{Nous avons: } S_2 = \left[\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 \right] + [1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4]$$

$$\left(a = \frac{1}{3} \right)$$

$$(a = 3)$$

$$= \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^4}{1 - \frac{1}{3}} - 1 \right] + \left[\frac{1 - 3^5}{1 - 3} \right]$$

$$= \left[\frac{3}{2} - \frac{3}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^4 - 1 \right] + \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 3^5 \right]$$

$$= \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \right] + \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 3^5 \right].$$

$$\text{D'où: } S_2 = \frac{1}{2} \times \left(3^5 - \left(\frac{1}{3}\right)^3 \right) \text{ ou } S_2 = \frac{1}{2} \times \left(243 - \frac{1}{27} \right).$$

$$3. S_3 = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \frac{1}{81}:$$

$$\text{Nous avons: } S_3 = 1 + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^4$$

$$\left(a = -\frac{1}{3} \right)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^5}{1 + \frac{1}{3}} \\
 &= \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \left(-\frac{1}{3}\right)^5 \\
 &= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{3}\right)^4.
 \end{aligned}$$

D'où: $S_3 = \frac{3}{4} - \frac{1}{324}$.

4. $S_4 = 1 - 10 + 10^2 - 10^3 + 10^4 - 10^5 + 10^6 - 10^7$:

Nous avons: $S_4 = 1 + (-10) + (-10)^2 + (-10)^3 + (-10)^4 + (-10)^5 + (-10)^6 + (-10)^7$

$(q = -10)$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1 - (-10)^8}{1 + 10} \\
 &= \frac{1}{11} - \frac{1}{11} \times 10^8.
 \end{aligned}$$

D'où: $S_4 = 9080909$.