Maths Complémentaires Terminale

Limite d’une Suite

CORRIGÉ DE L’EXERCICE

GENDARMES 8

CORRECTION

1. Déterminons la limite en $+\infty$ de la suite (U_n):

Ici: $U_n = \left(\frac{1}{3}\sin(n)\right)^n$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

D'après le cours, nous savons que: $\sin(n) \in [-1; 1]$.

Dans ces conditions, nous pouvons écrire: $-1 \leqslant \sin(n) \leqslant 1$

$$\iff -\frac{1}{3} \leqslant \frac{1}{3}\sin(n) \leqslant \frac{1}{3}$$

$$\iff \left(-\frac{1}{3}\right)^n \leqslant \left(\frac{1}{3}\sin(n)\right)^n \leqslant \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$\iff \left(-\frac{1}{3}\right)^n \leqslant U_n \leqslant \left(\frac{1}{3}\right)^n.$$

Or: • $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^n = 0$ $\quad \left(-\frac{1}{3} \in]-1; 0[\right)$

• $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$ $\quad \left(\frac{1}{3} \in]0; 1[\right).$

Ainsi, d'après le théorème des gendarmes, nous pouvons affirmer que:

$$\lim_{n \to +\infty} U_n = 0.$$

2. **Concluons**:

Comme $\lim_{n \to +\infty} U_n = 0$, nous pouvons affirmer que: la suite (U_n) est convergente et converge vers 0.