Maths Complémentaires Terminale

Corollaire du TVI

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

THÉORÈME DES VALEURS INTERMÉDIAIRES 5

CORRECTION

1. Calculons $f'(x)$ sur $[0; 20]$:

Ici: $f(x) = 1000(x+5)e^{-0,2x}$, pour tout $x \in [0; 20]$.

D'après l'énoncé, f **est dérivable** sur $[0; 20]$.

Dans ces conditions, nous pouvons calculer f' pour tout $x \in [0; 20]$:

$$f'(x) = 1000 \times (1) \times (e^{-0,2x}) + 1000 \times (x+5) \times (-0,2e^{-0,2x})$$

$$= -200x\,e^{-0,2x}.$$

Ainsi, pour tout $x \in [0; 20]$: $f'(x) = -200x\,e^{-0,2x}$.

2. Étudions le sens de variation de f et dressons le tableau de variation:

a. Sens de variation de f:

Pour tout $x \in [0; 20]$: $f'(x) = -200x\,e^{-0,2x}$.

Or pour tout $x \in [0; 20]$: $e^{-0,2x} > 0$.

Dans ces conditions: $f'(x) \leq 0$, pour tout $x \in [0; 20]$.

Ainsi: f est décroissante et même strictement décroissante sur $[\,0\,;\,20\,]$.

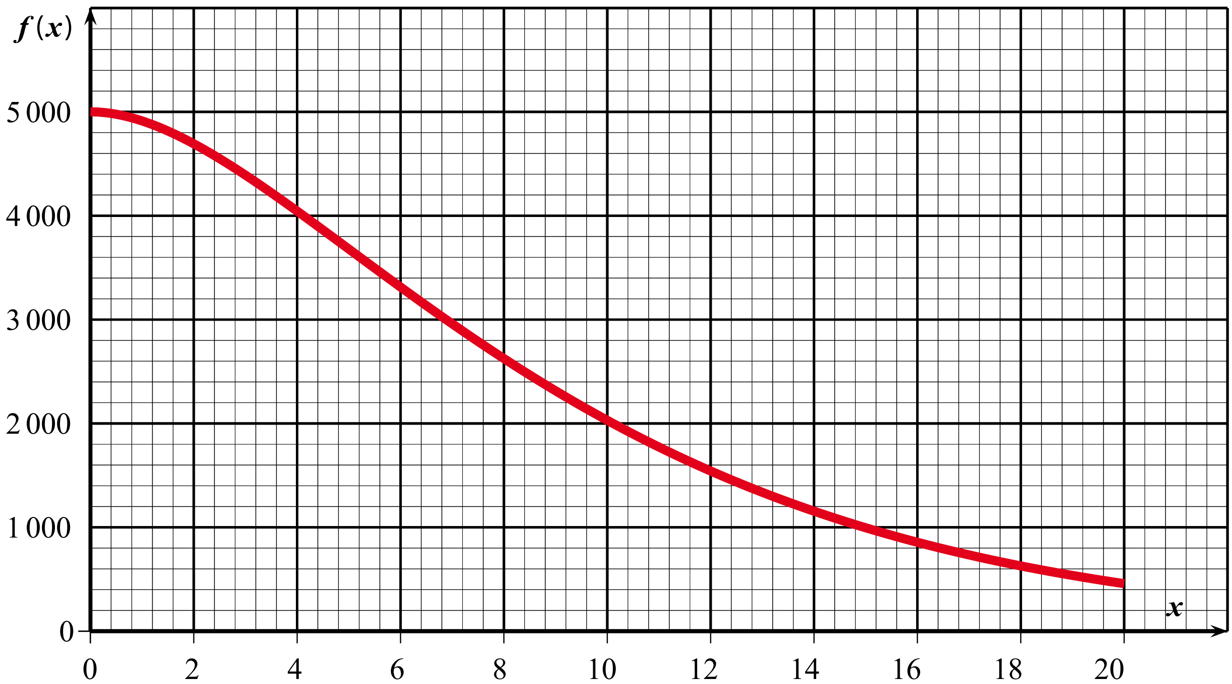
b. Tableau de variation de f:

Nous avons le tableau de variation suivant:

x	0	20
f'	0 $\quad -$	
f	a $\searrow$	b

Avec: • $a = f(0) \Rightarrow a = 5000$,

• $b = f(20) \Rightarrow b = 25000\, e^{-4}$.



3. Montrons que l'équation $f(x) = 3000$ admet une unique solution α sur $[0; 20]$:

Nous allons appliquer le **corollaire** du théorème des valeurs intermédiaires pour répondre à cette question.

D'après le corollaire du TVI: soit f une fonction continue et strictement monotone sur $I = [a; b]$ ou $I =]a; b[$.

a et b désignent deux nombres réels de I avec: $a < b$.

Pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution dans I.

Ici:
- f est continue sur $[0; 20]$.
- " $k = 3000$ " est compris entre: $f(20) = 25000e^{-4}$

  et: $f(0) = 5000$.
- f est strictement décroissante sur $[0; 20]$.

Ainsi, d'après le corollaire du TVI, l'équation $f(x) = 3000$ ($k = 3000$) admet une unique solution α appartenant à $[0; 20]$.