

www.freemaths.fr

# Maths

## Complémentaires

### Terminale

Limites « d'une fonction  $f$  »



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

## CORRECTION

Déterminons la limite de  $f$  en  $+\infty$ :

Ici:  $f(x) = \frac{\sin(x)}{1+x^2}$ , pour tout  $x \in \mathbb{R}^*$ .

D'après le cours, nous savons que:  $\sin(x) \in [-1; 1]$ .

Dans ces conditions, nous pouvons écrire:  $-1 \leq \sin(x) \leq 1$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{1+x^2} \leq \frac{\sin(x)}{1+x^2} \leq \frac{1}{1+x^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{1+x^2} \leq f(x) \leq \frac{1}{1+x^2}$$

Or:  $\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{1+x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x^2} = 0$

$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1+x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} = 0.$

Ainsi, d'après le théorème des gendarmes, nous pouvons affirmer que:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0.$$