

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Complémentaires Terminale

Équations **Différentielles**



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# RÉSoudre $y' = ay + f$

8

## CORRECTION

D'après le cours, les fonctions solutions de  $y' = ay + f$  ( $a \in \mathbb{R}$ ) sont les fonctions de la forme:  $x \rightarrow C e^{ax} + g(x)$ ,  $C \in \mathbb{R}$ .

Notons que " $g$ " est une solution particulière de  $y' = ay + f$ .

1. Déterminons  $a$ ,  $b$  et  $c$  pour que " $g$ " soit bien une solution particulière de (E):

Ici:  $g(x) = ax^2 + bx + c$ , pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .

$g$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ , et nous avons:  $g'(x) = 2ax + b$ .

Dans ces conditions, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} g'(x) + 3g(x) &= 6x^2 + 7x - 2 \iff (2ax + b) + (3ax^2 + 3bx + 3c) \\ &= 6x^2 + 7x - 2 \\ &\iff x^2(3a) + x(2a + 3b) + (b + 3c) \\ &= 6x^2 + 7x - 2 \end{aligned}$$

Par identification, nous avons le système suivant:

$$\begin{cases} 3a = 6 \\ 2a + 3b = 7 \\ b + 3c = -2 \end{cases} \quad \text{cad} \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases}$$

Ainsi, "  $g$  " est bien une solution particulière de (E) avec:

$$g(x) = 2x^2 + x - 1.$$

2. Déterminons les solutions générales de l'équation  $y' + 3y = 0$ :

Les solutions générales de l'équation  $y' + 3y = 0$  sont:

$$h_1(x) = C \cdot e^{-3x}, C \in \mathbb{R}.$$

3. Déduisons-en toutes les solutions générales de l'équation (E) sur  $\mathbb{R}$ :

Les solutions générales de  $y' + 3y = 6x^2 + 7x - 2$  sont:

$$h(x) = h_1(x) + g(x) \text{ cad } h(x) = C \cdot e^{-3x} + 2x^2 + x - 1, C \in \mathbb{R}.$$

4. Déduisons-en l'unique solution  $h$  de (E) telle que  $h(3) = 1$ :

$$h(3) = 1 \Leftrightarrow C \cdot e^{-9} + 20 = 1$$

$$\Leftrightarrow C = -19 e^9.$$

Ainsi, l'unique solution  $h$  de (E) telle que  $h(3) = 1$  est:

$$h(x) = (-19 e^9) \cdot e^{-3x} + 2x^2 + x - 1.$$