

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Complémentaires Terminale

Équations **Différentielles**



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# RÉSoudre $y' = ay + f$

7

## CORRECTION

D'après le cours, les fonctions solutions de  $y' = ay + f$  ( $a \in \mathbb{R}$ ) sont les fonctions de la forme:  $x \rightarrow C e^{ax} + g(x)$ ,  $C \in \mathbb{R}$ .

Notons que " $g$ " est une solution particulière de  $y' = ay + f$ .

1. Vérifions que " $g$ " est bien une solution particulière de (E):

Ici:  $g(x) = x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{20}{9} - \frac{1}{2}e^{3x}$ , pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .

$g$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ , et nous avons:  $g'(x) = 2x - \frac{2}{3} - \frac{3}{2}e^{3x}$ .

Dans ces conditions, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} \frac{g'(x)}{3} + g(x) &= \left( \frac{2}{3}x - \frac{2}{9} - \frac{1}{2}e^{3x} \right) + \left( x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{20}{9} - \frac{1}{2}e^{3x} \right) \\ &= x^2 + 2 - e^{3x}. \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ : " $g$ " est bien une solution particulière de (E).

2. Déterminons les solutions générales de l'équation  $\frac{y'}{3} + y = 0$ :

Les solutions générales de l'équation  $\frac{y'}{3} + y = 0$  sont:

$$h_1(x) = C \cdot e^{-3x}, C \in \mathbb{R}.$$

3. Dédudions-en toutes les solutions générales de l'équation (E) sur  $\mathbb{R}$ :

Les solutions générales de l'équation  $\frac{y'}{3} + y = x^2 + 2 - e^{3x}$  sont:

$$h(x) = h_1(x) + g(x) = \text{cad } h(x) = C \cdot e^{-3x} + x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{20}{9} - \frac{1}{2}e^{3x}, C \in \mathbb{R}.$$

4. Dédudions-en l'unique solution  $h$  de (E) telle que  $h(0) = 0$ :

$$h(0) = 0 \Leftrightarrow C \cdot e^0 + \frac{20}{9} - \frac{1}{2}e^0 = 0$$

$$\Leftrightarrow C + \frac{20}{9} - \frac{1}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow C = -\frac{31}{18}.$$

Ainsi, l'unique solution  $h$  de (E) telle que  $h(0) = 0$  est:

$$h(x) = -\frac{31}{18} \cdot e^{-3x} + x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{20}{9} - \frac{1}{2}e^{3x}.$$