

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Équations **Différentielles**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RÉSoudre $y' = ay + f$

6

CORRECTION

1. Vérifions que " g " est bien une solution particulière de (E):

Ici: $g(x) = 7x e^{3x}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

g est dérivable sur \mathbb{R} , et nous avons: $g'(x) = 7e^{3x} + 21xe^{3x}$.

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} g'(x) - 3g(x) &= 7e^{3x} + 21xe^{3x} - 3(7xe^{3x}) \\ &= 7e^{3x}. \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$: " g " est bien une solution particulière de (E).

2. Déterminons les solutions générales de l'équation $y' - 3y = 0$:

Les solutions générales de l'équation $y' - 3y = 0$ sont:

$$h_1(x) = C \cdot e^{3x}, C \in \mathbb{R}.$$

3. Déduisons-en toutes les solutions générales de l'équation (E) sur \mathbb{R} :

Les solutions générales de $y' - 3y = 7e^{3x}$ sont:

$$h(x) = h_1(x) + g(x) \text{ cad } h(x) = C \cdot e^{3x} + 7xe^{3x}, C \in \mathbb{R}.$$

4. Dédudions-en l'unique solution h de (E) telle que $h(3) = 7$:

$$h(3) = 7 \Leftrightarrow C \cdot e^9 + 21e^9 = 7$$

$$\Leftrightarrow C = 7e^{-9} - 21.$$

Ainsi, l'unique solution h de (E) telle que $h(3) = 7$ est:

$$h(x) = (7e^{-9} - 21) \cdot e^{3x} + 7xe^{3x}.$$