# Maths Complémentaires Terminale

## Équations Différentielles

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

# RÉSOUDRE $y' = ay + f$

3

## CORRECTION

D'après le cours, les fonctions solutions de $y' = ay + f$ ( $a \in \mathbb{R}$ ) sont les fonctions de la forme: $x \rightarrow C\, e^{ax} + g(x)$, $C \in \mathbb{R}$.

Notons que " g " est une solution particulière de $y' = ay + f$.



1. Vérifions que " g " est bien une solution particulière de (E):

Ici: $g(x) = 5x^2 - 4x + 3$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

g est dérivable sur $\mathbb{R}$, et nous avons: $g'(x) = 10x - 4$.

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$2g'(x) + 5g(x) = 2(10x - 4) + 5(5x^2 - 4x + 3)$$

$$= 20x - 8 + 25x^2 - 20x + 15$$

$$= 25x^2 + 7.$$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$: " g " est bien une solution particulière de (E).

2. Déterminons les solutions générales de l'équation $2y' + 5y = 0$:

Les solutions générales de l'équation $2y' + 5y = 0$ sont:

$$h_1(x) = C \cdot e^{\frac{-5}{2}x}, C \in IR.$$

3. Déduisons-en toutes les solutions générales de l'équation (E) sur $IR$:

Les solutions générales de $2y' + 5y = 25x^2 + 7$ sont:

$h(x) = h_1(x) + g(x)$ cad $h(x) = C \cdot e^{\frac{-5}{2}x} + (5x^2 - 4x + 3), C \in IR.$

4. Déduisons-en l'unique solution h de (E) telle que $h(2) = 6$:

$h(2) = 6 \iff C \cdot e^{-5} + 15 = 6$

$\iff C = -9e^5.$

Ainsi, l'unique solution h de (E) telle que $h(2) = 6$ est:

$$h(x) = -9e^{\frac{-5}{2}x+5} + (5x^2 - 4x + 3).$$