

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Équations **Différentielles**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RÉSoudre $y' = ay$

5

CORRECTION

D'après le cours, les fonctions solutions de $y' = ay$ ($a \in \mathbb{R}$) sont les fonctions de la forme: $x \rightarrow C e^{ax}$, $C \in \mathbb{R}$.

1. Résolvons dans \mathbb{R} l'équation différentielle $2y' + 3y = 0$ avec $y(0) = 2$:

Ici, l'équation différentielle s'écrit: $2y' + 3y = 0$ cad $y' = -\frac{3}{2}y$.

Dans ces conditions, $2y' + 3y = 0$ admet comme solutions les fonctions de la forme: $h(x) = C \cdot e^{-\frac{3}{2}x}$, $C \in \mathbb{R}$.

$$\text{Or } y(0) = 2 \Leftrightarrow h(0) = 2$$

$$\Leftrightarrow C \cdot e^0 = 2$$

$$\Leftrightarrow C = 2$$

Au total, la solution générale de $2y' + 3y = 0$ est: $h(x) = 2 e^{-\frac{3}{2}x}$.

2. Résolvons dans \mathbb{R} l'équation différentielle $4y' + y = 0$ avec $y(0) = 5$:

Ici, l'équation différentielle s'écrit: $4y' + y = 0$ cad $y' = -\frac{1}{4}y$.

Dans ces conditions, $4y' + y = 0$ admet comme solutions les fonctions de la

forme: $h(x) = C \cdot e^{-\frac{1}{4}x}$, $C \in \mathbb{R}$.

$$\text{Or } y(0) = 5 \Leftrightarrow h(0) = 5$$

$$\Leftrightarrow C \cdot e^0 = 5$$

$$\Leftrightarrow C = 5.$$

Au total, la solution générale de $4y' + y = 0$ est: $h(x) = 5 e^{-\frac{1}{4}x}$.

3. Résolvons dans \mathbb{R} l'équation différentielle $4y - 5y' = 0$ avec $y(1) = -3$:

Ici, l'équation différentielle s'écrit: $4y - 5y' = 0$ cad $y' = \frac{4}{5}y$.

Dans ces conditions, $4y - 5y' = 0$ admet comme solutions les fonctions de la

forme: $h(x) = C \cdot e^{\frac{4}{5}x}$, $C \in \mathbb{R}$.

$$\text{Or } y(1) = -3 \Leftrightarrow h(1) = -3$$

$$\Leftrightarrow C \cdot e^{\frac{4}{5}} = -3$$

$$\Leftrightarrow C = 3 e^{-\frac{4}{5}}.$$

Au total, la solution générale de $4y - 5y' = 0$ est: $h(x) = 3 e^{\frac{4}{5}x - \frac{4}{5}}$.