

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Équations Différentielles



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

SOLUTION DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE ?

5

CORRECTION

1. Vérifions que f est bien solution de $y' - y = x + e^x$ (E):

Ici: $f(x) = -x - 1 + xe^x$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

f est dérivable sur \mathbb{R} , et nous avons: $f'(x) = -1 + e^x + xe^x$.

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f'(x) - f(x) &= (-1 + e^x + xe^x) - (-x - 1 + xe^x) \\ &= x + e^x. \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$: f est bien solution de l'équation différentielle (E).

2. Vérifions que f est bien solution de $\frac{y'}{3} + y = x^2 + 2 - e^{3x}$ (E):

Ici: $f(x) = -\frac{31}{18}e^{-3x} + x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{20}{9} - \frac{1}{2}e^{3x}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

f est dérivable sur \mathbb{R} , et nous avons: $f'(x) = \frac{31}{6}e^{-3x} + 2x - \frac{2}{3} - \frac{3}{2}e^{3x}$.

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned}\frac{f'(x)}{3} + f(x) &= \left(\frac{31}{18} e^{-3x} + \frac{2}{3} x - \frac{2}{9} - \frac{1}{2} e^{3x} \right) \\ &+ \left(-\frac{31}{18} e^{-3x} + x^2 - \frac{2}{3} x + \frac{20}{9} - \frac{1}{2} e^{3x} \right) \\ &= x^2 + 2 - e^{3x}.\end{aligned}$$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$: f est bien solution de l'équation différentielle (E).