

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Complémentaires Terminale

Équations **Différentielles**



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# SOLUTION DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE ?

3

## CORRECTION

1. Vérifions que  $f$  est bien solution de  $\frac{y'}{2} + y = 9e^{7x}$  (E):

Ici:  $f(x) = -\frac{2}{3}e^{-2x} + 2e^{7x}$ , pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .

$f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ , et nous avons:  $f'(x) = \frac{4}{3}e^{-2x} + 14e^{7x}$ .

Dans ces conditions, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned} \frac{f'(x)}{2} + f(x) &= \left( \frac{2}{3}e^{-2x} + 7e^{7x} \right) + \left( -\frac{2}{3}e^{-2x} + 2e^{7x} \right) \\ &= 9e^{7x}. \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ :  $f$  est bien solution de l'équation différentielle (E).

2. Vérifions que  $f$  est bien solution de  $9y' - 3y = e^{x/3}$  (E):

Ici:  $f(x) = \left( 2e^{-1/3} - \frac{1}{9} \right) e^{x/3} + \frac{1}{9} x e^{x/3}$ , pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .

$f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ , et nous avons:

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \left( \frac{2}{3} e^{-1/3} - \frac{1}{27} \right) e^{x/3} + \frac{1}{9} \left[ (1 \times e^{x/3}) + \left( \frac{x}{3} e^{x/3} \right) \right] \\
 &= e^{x/3} \times \left( \frac{2}{3} e^{-1/3} + \frac{2}{27} + \frac{x}{27} \right).
 \end{aligned}$$

Dans ces conditions, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned}
 9f'(x) - 3f(x) &= e^{x/3} \times \left( 6e^{-1/3} + \frac{2}{3} + \frac{x}{3} \right) - \left( 6e^{-1/3} - \frac{1}{3} \right) e^{x/3} - \frac{1}{3} x e^{x/3} \\
 &= e^{x/3}.
 \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ :  $f$  est bien solution de l'équation différentielle (E).