

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Équations **Différentielles**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

SOLUTION DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE ?

1

CORRECTION

1. Vérifions que f est bien solution de $y' = 6x - 2$ (E):

Ici: $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

f est dérivable sur \mathbb{R} , et nous avons: $f'(x) = 6x - 2$.

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$: f est bien solution de l'équation différentielle (E).

2. Vérifions que f est bien solution de $y' - y = e^x$ (E):

Ici: $f(x) = x e^x$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

f est dérivable sur \mathbb{R} , et nous avons: $f'(x) = (1 \times e^x) + (x \times e^x)$
 $= (1 + x) e^x$.

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) - f(x) = (1 + x) e^x - (x e^x)$
 $= e^x$.

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$: f est bien solution de l'équation différentielle (E).

3. Vérifions que f est bien solution de $y' - 2y = \frac{-2}{1 + e^{-2x}}$ (E):

Ici: $f(x) = (e^{2x} \times \ln(1 + e^{-2x}))$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

f est dérivable sur \mathbb{R} , et nous avons:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2e^{2x} \times \ln(1 + e^{-2x}) + e^{2x} \times \left(\frac{-2e^{-2x}}{1 + e^{-2x}} \right) \\ &= 2e^{2x} \times \ln(1 + e^{-2x}) + \left(\frac{-2}{1 + e^{-2x}} \right). \end{aligned}$$

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f'(x) - 2f(x) &= 2e^{2x} \times \ln(1 + e^{-2x}) - \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 2(e^{2x} \times \ln(1 + e^{-2x})) \\ &= \frac{-2}{1 + e^{-2x}}. \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$: f est bien solution de l'équation différentielle (E).