

# 1re

# MATHÉMATIQUES

## Enseignement de Spécialité

## Trigonométrie

**Correction**

 [www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

## RELATION COS (2x) ET COS<sup>2</sup> (x) ?

### CORRECTION

1. Déduisons-en la relation entre  $\cos^2(x)$  et  $\cos(2x)$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ :

D'après le cours, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ : •  $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$

$$\bullet \sin^2(x) + \cos^2(x) = 1.$$

Dans ces conditions:  $\cos(2x) = \cos^2(x) - (1 - \cos^2(x))$

$$\Leftrightarrow \cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$$

$$\Leftrightarrow \cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}.$$

Ainsi, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ :  $\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}.$

2. Déterminons les valeurs exactes de  $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$  et  $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ :

$$\text{Nous avons: } \bullet \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{1 + \cos\left(2 \times \frac{\pi}{8}\right)}{2} = \frac{1}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

$$\bullet \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) = 1 - \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Or:  $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) > 0$  et  $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right) > 0$ .

Ainsi:  $\bullet \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}}$ ,

$\bullet \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}}$ .

3. Déterminons les valeurs exactes de  $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$  et  $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ :

Nous avons:  $\bullet \cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1 + \cos\left(2 \times \frac{\pi}{6}\right)}{2} = \frac{1}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ .

$\bullet \sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 - \cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ .

Or:  $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) > 0$  et  $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) > 0$ .

Ainsi:  $\bullet \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,

$\bullet \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ .

4. Trouvons la relation entre  $\cos(2x)$  et  $\sin^2(x)$ :

Nous savons que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ :  $\bullet \cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$

$\bullet \sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ .

Dans ces conditions:  $\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$

$$\Leftrightarrow 1 - \sin^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2 - 2\sin^2(x) = 1 + \cos(2x)$$

$$\Leftrightarrow \sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$

Ainsi, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ :  $\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$ .