

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Équations & Inéquations Trigonométriques

Correction

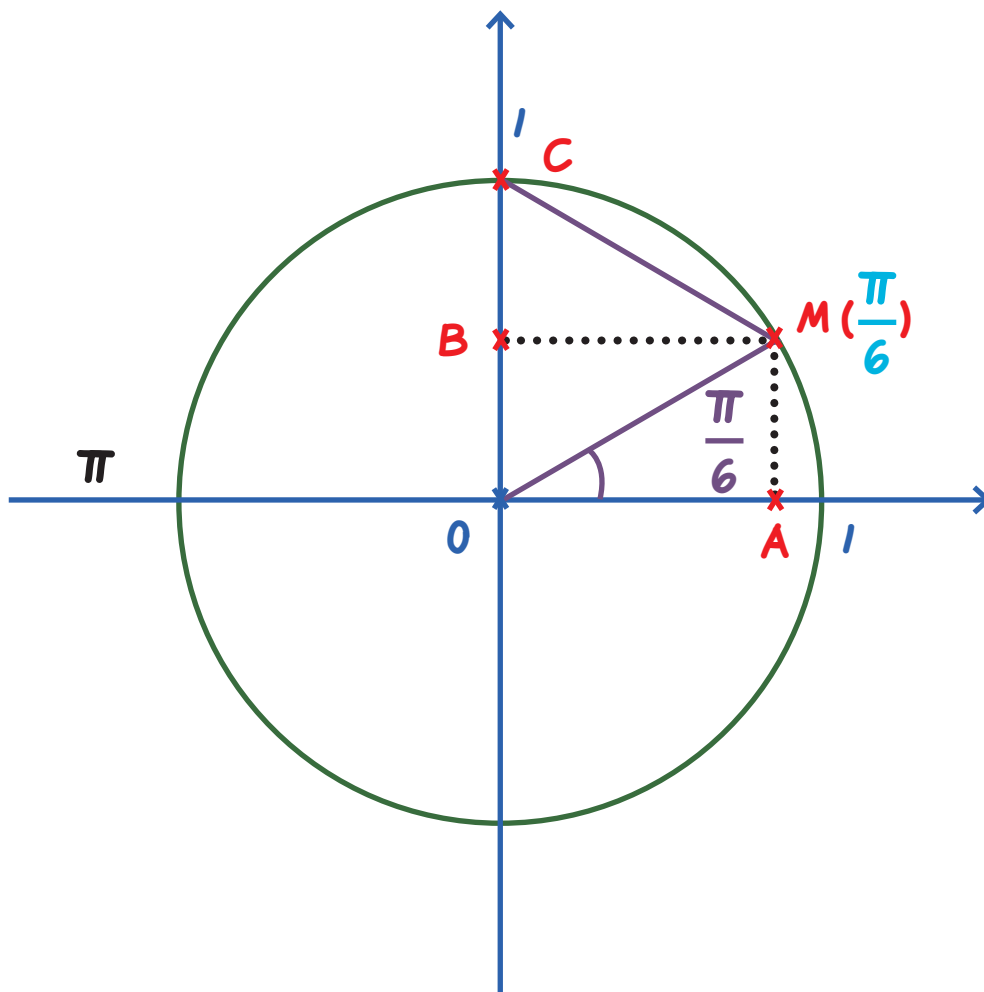
 www.freemaths.fr

$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ ET $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ GÉOMÉTRIQUEMENT ...

CORRECTION

1. Traçons un cercle trigonométrique et plaçons $M\left(x = \frac{\pi}{6}\right)$:

Nous avons le cercle trigonométrique suivant:



Notons que: • Un triangle équilatéral est un triangle dont les trois côtés ont la même longueur.

• De plus, un tel triangle a trois angles de même mesure: $\frac{\pi}{3}$.

2. Calculons géométriquement $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$:

Sur le graphique, l'angle \widehat{AOM} est donc: $\frac{\pi}{6}$.

Comme $OM = OC = 1$, le triangle OMC est isocèle et est même équilatéral car:

$$\widehat{MOC} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \text{ et donc } \widehat{OCM} = \widehat{CMO} = \frac{\pi}{3}.$$

Notons que la droite (MB) est une hauteur du triangle.

Donc la droite (MB) est aussi médiane et le point B est par conséquent le milieu de $[OC]$.

D'où: $OB = \frac{1}{2}$ et donc $\sin(x) = \frac{1}{2}$.

Dans ces conditions: $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \Leftrightarrow \cos^2(x) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$

$$\Leftrightarrow \cos^2(x) = \frac{3}{4}$$

Comme ici $x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$, $\cos(x) > 0$.

On a donc: $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{\frac{3}{4}}$ et $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

cad: $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.