

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Équations & Inéquations Trigonométriques

Correction

 www.freemaths.fr

CORRECTION

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, rappelons les formules de $\cos(x - y)$ et de $\cos(x + y)$:

D'après le cours, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

- $\cos(x - y) = \cos(x) \times \cos(y) + \sin(x) \times \sin(y)$
- $\cos(x + y) = \cos(x) \times \cos(y) - \sin(x) \times \sin(y)$.

2.a. Résolvons dans \mathbb{R} l'équation $\frac{\sqrt{2}}{2} \cos(x) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos(x) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \times \cos(x) + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \times \sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos(x) \times \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin(x) \times \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x - \frac{\pi}{4} = \frac{-\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = \frac{-\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + 2k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + 2k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Comme $x \in \mathbb{R}$: $x = \frac{5\pi}{12} + 2k\pi$ ou $x = \frac{\pi}{12} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

2.b. Résolvons dans \mathbb{R} , l'équation $\cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos(x) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 0$:

$$\cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos(x) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos(x) \times \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \sin(x) \times \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$+ \cos(x) + \cos(x) \times \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \sin(x) \times \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos(x) \times \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \cos(x) + \cos(x) \times \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos(x) \times \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \cos(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos(x) \times \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + \cos(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos(x) \times \left(-\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) + \cos(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos(x) \times \left(\frac{-1}{2}\right) + \cos(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0.$$

Donc: $\cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos(x) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 0$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.