

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Suites Arithmétiques

Correction

 www.freemaths.fr

CALCUL DE $1 + 2 + 3 + \dots + n$

DÉMONSTRATION

Posons $S = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-2) + (n-1) + n$ (1).

Nous pouvons aussi écrire: $S = n + (n-1) + (n-2) + \dots + 3 + 2 + 1$ (2).

En additionnant membre à membre les égalités (1) et (2), nous obtenons:

$$\begin{aligned} S + S &= [1 + n] + [2 + (n-1)] + [3 + (n-2)] + \dots + [(n-2) + 3] \\ &\quad + [(n-1) + 2] + [n + 1] \\ &= \underbrace{[1 + n] + [1 + n] + [1 + n] + \dots + [1 + n] + [1 + n] + [1 + n]}_{n \text{ fois}} \end{aligned}$$

Ainsi: $S + S = n \times (1 + n) = n \times (n + 1)$.

D'où: $2 \times S = n \times (n + 1)$ cad $S = \frac{n(n+1)}{2}$.