

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Suites, Synthèse

Correction

 www.freemaths.fr

LE RESTAURANT GASTRONOMIQUE

CORRECTION

1. Montrons que le chiffre d'affaires du restaurant sera de 310 000 € en 2020:

L'année 2020 correspond à $n = 1$.

Il s'agit donc ici de calculer U_1 .

D'après l'énoncé: • $U_0 = 300$ (000 €)

• $U_{n+1} = 1,2 \times U_n - 50$, pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$.

Dans ces conditions: $U_1 = 1,2 \times 300 - 50$ **cad** $U_1 = 310$ (000 €).

Ainsi, le chiffre d'affaires du restaurant en 2020 est bien de: **310 000 €**.

2. Calculons U_2 et interprétons:

U_2 qui représente le chiffre d'affaires en 2021 du restaurant est:

$$U_2 = 1,2 \times 310 - 50 \text{ cad } U_2 = 322 \text{ (000 €)}.$$

Interprétation: le chiffre d'affaires du restaurant gastronomique en 2021 sera de **322 000 €**.

3. Une conjecture sur le sens de variations de la suite (U_n) ?

Comme $U_0 < U_1 < U_2 < \dots$, nous pouvons dire que:

« on pourrait, a priori, penser que la suite (U_n) est croissante ».

Montrons le !

$$\begin{aligned} \text{Pour tout entier naturel } n \in \mathbb{N}: \quad U_{n+1} - U_n &= [1,2 \times U_n - 50] - [1,2 \times U_{n-1} - 50] \\ &= 1,2 \times U_n - 1,2 \times U_{n-1} \\ &= 1,2 (U_n - U_{n-1}). \end{aligned}$$

Le signe de $U_{n+1} - U_n$ dépend donc du signe de $U_n - U_{n-1}$, qui dépend du signe de $U_{n-1} - U_{n-2}$, qui dépend du signe de ..., qui dépend du signe de $U_1 - U_0 = 310 - 300 = 10 > 0$.

Ainsi: $U_{n+1} - U_n > 0$ et donc la suite (U_n) est strictement croissante.

4. Montrons que la suite (U_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique:

D'après le cours, pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}$:

- la forme générale d'une suite arithmétique est $U_{n+1} = U_n + r$
- la forme générale d'une suite géométrique est $U_{n+1} = q \times U_n$

Or ici: $U_{n+1} = 1,2 \times U_n - 50$ ce qui ne correspond ni à la forme générale d'une suite arithmétique, ni à la forme générale d'une suite géométrique.

En conclusion, (U_n) n'est ni une suite arithmétique, ni une suite géométrique.

(U_n) est une suite dite « arithmético-géométrique ».

5. Déterminons comment peut-on interpréter le résultat de l'algorithme:

A la fin de l'exécution de l'algorithme: $k = 9$.

Cela signifie que quand $n = 9$ cad en 2028, le chiffre d'affaires du restaurant gastronomique dépassera 500000 € !