

# 1re

# MATHÉMATIQUES

## Enseignement de Spécialité

**Variables Aléatoires**  
**&**  
 **$E(X)$ ,  $V(X)$  et  $\sigma(X)$**

**Correction**

 **[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)**

# LA FORMULE DE KÖNIG-HUYGENS DÉMONTRÉE

## CORRECTION

1. Rappelons la formule de cours de  $V(X)$ :

D'après le cours, la formule de la variance d'une variable aléatoire  $X$  est:

$$V(X) = E[(X - E(X))^2].$$

2. Développons  $(X - E(X))^2$ :

Nous avons:  $(X - E(X))^2 = X^2 + [E(X)]^2 - 2 \times E(X).$

3. Montrons que  $E[(X - E(X))^2] = E(X^2) - [E(X)]^2$ :

$$\begin{aligned} E[(X - E(X))^2] &= E[X^2 + [E(X)]^2 - 2XE(X)] \\ &= E(X^2) + E([E(X)]^2) + E(-2XE(X)) \\ &= E(X^2) + [E(X)]^{2*} - 2E(X)E(X)^* \\ &= E(X^2) + [E(X)]^2 - 2[E(X)]^2 \\ &= E(X^2) - [E(X)]^2. \end{aligned}$$

\*: car  $E(X)$  est égale à une constante, donc  $[E(X)]^2$  est une constante et, d'après le cours,  $E(\text{constante}) = \text{constante}$  ( $E(a) = a$ ).

\*: car  $a - 2a$  et  $E(X)$  sont des constantes et, d'après le cours,

$$E(\text{constante} \times X) = \text{constante} \times E(X) \quad (E(aX) = a E(X)).$$

#### 4. Concluons:

Au total, nous avons:  $V(X) = E[(X - E(X))^2] = E(X^2) - [E(X)]^2.$

C'est la fameuse formule de: König-Huygens.