1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Variables Aléatoires
&
E(X), V(X) et σ(X)

Correction

www.freemaths.fr

COUCHE ET LAIT DU NOURRISSON

CORRECTION

1. Construisons un arbre de probabilités illustrant cette séquence:

D'après l'énoncé, nous avons:

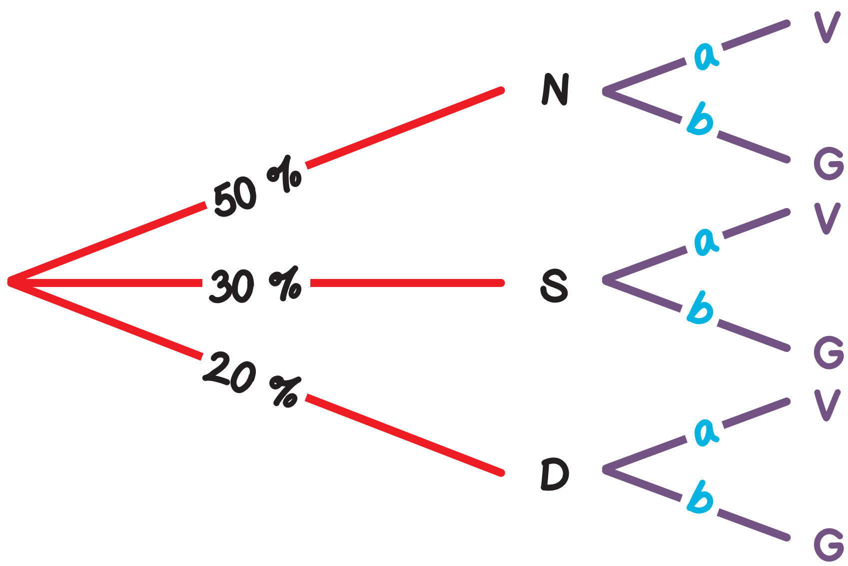
- N = " couche de marque Nouvonez ".
- S = " couche de marque Supersec ".
- D = " couche de marque Distributeur ".

- $P(N) = 50\%$.
- $P(S) = 30\%$.
- $P(D) = 20\%$.

- V = " lait Vitamax ".
- G = " lait Grandivit ".

- $P(V) = 60\%$.
- $P(G) = 1 - 60\% = 40\%$.

D'où la situation illustrée par l'arbre de probabilités suivant:



, avec : $a = 60\ \%$
$b = 40\ \%$.

2. a. Calculons la probabilité pour que lors d'une séquence couche Nouvonez et lait Grandivit soient utilisés:

Ici, il s'agit de calculer : $P(N \cap G)$.

$P(N \cap G) = P_N(G) \times P(N)$.

Ainsi : $P(N \cap G) = 40\% \times 50\%$ cad $P(N \cap G) = 20\%$.

Au total, la probabilité pour que lors d'une séquence couche Nouvonez et lait Grandivit soient utilisés est de : 20%.

2. b. Déterminons le coût d'une telle séquence:

Ici, Julie utilise 1 couche Nouvonez (0, 25 €) et du lait Grandivit pour le biberon (0, 15 €).

Ainsi, le coût d'une telle séquence est égal à : 0, 25 € + 0, 15 €.

Au total, le coût d'une telle séquence est de : 0, 40 €.

3. Donnons la loi de probabilité de la variable aléatoire X:

• **Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable aléatoire X ?**

X est la variable aléatoire qui correspond au coût en euro d'une séquence.

Nous pouvons distinguer 6 séquences différentes:

- couche Nouvonez + lait Vitamax = 0, 25 € + 0, 10 €
- couche Nouvonez + lait Grandivit = 0, 25 € + 0, 15 €
- couche Supersec + lait Vitamax = 0, 35 € + 0, 10 €
- couche Supersec + lait Grandivit = 0, 35 € + 0, 15 €
- couche Distributeur + lait Vitamax = 0, 15 € + 0, 10 €
- couche Distributeur + lait Grandivit = 0, 15 € + 0, 15 €.

Les valeurs que peut prendre X sont donc:

0, 25 € ; 0, 30 € ; 0, 35 € ; 0, 40 € ; 0, 45 € ; 0, 50 €.

Et par conséquent: $X(\Omega) = \{ 0,25 ; 0,30 ; 0,35 ; 0,40 ; 0,45 ; 0,50 \}$.

• **$P(X = 0,25)$, $P(X = 0,30)$, $P(X = 0,35)$ ... $P(X = 0,50)$?**

Nous avons:

- $P(X = 0,25) = P(D \cap V) = 60\% \times 20\% = 12\%$
- $P(X = 0,30) = P(D \cap G) = 40\% \times 20\% = 8\%$
- $P(X = 0,35) = P(N \cap V) = 60\% \times 50\% = 30\%$
- $P(X = 0,40) = P(N \cap G) = 40\% \times 50\% = 20\%$
- $P(X = 0,45) = P(S \cap V) = 60\% \times 30\% = 18\%$
- $P(X = 0,50) = P(S \cap G) = 40\% \times 30\% = 12\%$.

• La loi de probabilité de la variable aléatoire X est donc:

x_i	0, 25	0, 30	0, 35	0, 40	0, 45	0, 50
$P(X = x_i)$	12%	8%	30%	20%	18%	12%

4. Calculons et interprétons l'espérance de X:

D'après le cours: $E(X) = \sum_{i=1}^{n} P(X = x_i) \times x_i$.

Ici: $E(X) = (12\% \times 0,25) + (8\% \times 0,30) + (30\% \times 0,35)$
$+ (20\% \times 0,40) + (18\% \times 0,45) + (12\% \times 0,50)$

$= 0,38$ €.

Au total: $E(X) = 0,38$ € ce qui signifie qu'en moyenne une séquence coûte 0, 38€.

5. Déterminons la probabilité qu'au cours d'une journée 4 fois la séquence la moins chère soient utilisées:

La séquence la moins chère coûte **0, 25€** et a **12%** de se réaliser.

Ainsi, la probabilité que 4 fois la séquence la moins chère soient utilisées est de: $(12\%) \times (12\%) \times (12\%) \times (12\%) = 207 \times 10^{-6}$.