

1re
MATHÉMATIQUES
Enseignement de Spécialité

Probabilités
&
Tableaux

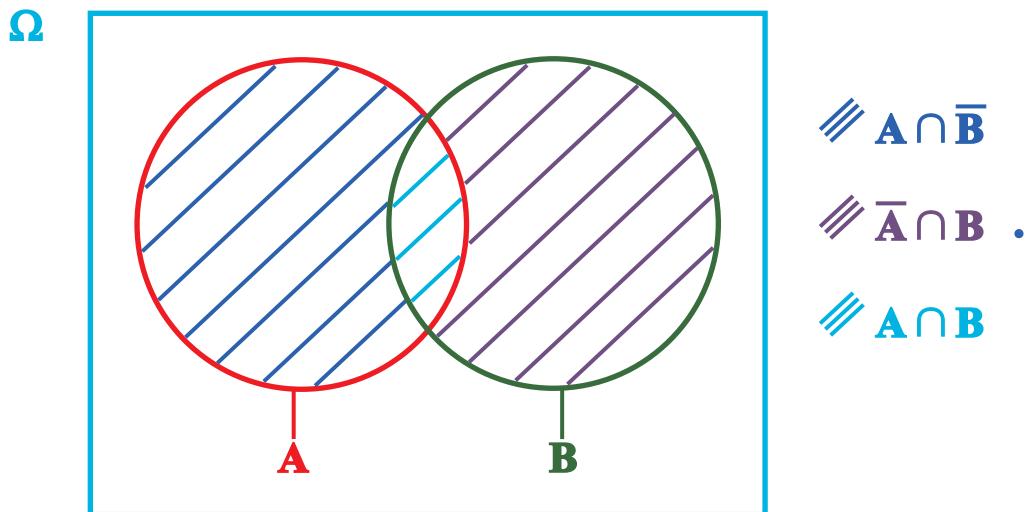
Mini Cours

A. Définition :

Un tableau à double entrée ou tableau croisé d'effectifs permet une présentation claire de certaines expériences aléatoires.

B. Exemple théorique :

Soient A et B deux événements d'un univers Ω , avec $P(A) \neq 0$ et $P(B) \neq 0$:



Dans ce cas, le tableau à double entrée ou tableau croisé d'effectifs est:

	B	\bar{B}	Total
A	$P(A \cap B)$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(A)$
\bar{A}	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{A})$
Total	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1

C. Propriétés, probabilités conditionnelles et indépendances :

Soit A, B, \bar{A} et \bar{B} des événements d'un univers Ω , avec :

$$P(A) \neq 0, P(B) \neq 0, P(\bar{A}) \neq 0 \text{ et } P(\bar{B}) \neq 0.$$

1. Propriétés :

- $P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$.
- $P(\bar{A} \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A})$.
- $P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(B)$.
- $P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{B})$.
- $P(A) + P(\bar{A}) = 1$.
- $P(B) + P(\bar{B}) = 1$.
- D'une manière générale: $P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$.

2. Probabilités conditionnelles :

- $P(A \cap B) = P_B(A) \times P(B)$.
- $P(A \cap \bar{B}) = P_{\bar{B}}(A) \times P(\bar{B})$.
- $P(\bar{A} \cap B) = P_B(\bar{A}) \times P(B)$.
- $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P_{\bar{B}}(\bar{A}) \times P(\bar{B})$.

3. Indépendance :

- Les événements A et B sont indépendants ssi: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

- Les événements \bar{A} et \bar{B} sont indépendantsssi: $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \times P(\bar{B})$.
- Les événements A et \bar{B} sont indépendantsssi: $P(A \cap \bar{B}) = P(A) \times P(\bar{B})$.
- Les événements \bar{A} et B sont indépendantsssi: $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \times P(B)$.

D. Un exemple pratique:

ÉNONCÉ

Dans une classe de première, 48% des élèves sont des filles (F).

30% des filles ont un smartphone Apple (A) et 45% des garçons ont un smartphone Samsung.

On suppose qu'il existe uniquement deux marques sur le marché: Apple et Samsung.

Dresser un tableau croisé ou tableau à double entrée.

CORRECTION

Dressons un tableau croisé ou tableau à double entrée:

D'après l'énoncé, nous avons:

- L'événement $F =$ "l'élève de 1^{re} est une fille".
- L'événement $\bar{F} =$ "l'élève de 1^{re} est un garçon".

- L'événement A = "l'élève possède un smartphone Apple".
- L'événement \bar{A} = "l'élève possède un smartphone Samsung".
- $P(F) = 48\%$
- $P(\bar{F}) = 1 - 48\% = 52\%.$
- $P_F(A) = 30\%$
- $P_F(\bar{A}) = 1 - 30\% = 70\%.$
- $P_{\bar{F}}(\bar{A}) = 45\%$
- $P_{\bar{F}}(A) = 1 - 45\% = 55\%.$
- $\left\{ \begin{array}{l} \bullet P(F \cap A) = P_F(A) \times P(F) = 14,4\% \\ \bullet P(\bar{F} \cap A) = P_{\bar{F}}(A) \times P(\bar{F}) = 28,6\% \\ \bullet P(F \cap \bar{A}) = P_F(\bar{A}) \times P(F) = 33,6\% \\ \bullet P(\bar{F} \cap \bar{A}) = P_{\bar{F}}(\bar{A}) \times P(\bar{F}) = 23,4\%. \end{array} \right.$

D'où le tableau demandé:

	F	\bar{F}	Total
A	14,4%	28,6%	43%
\bar{A}	33,6%	23,4%	57%
Total	48%	52%	1