1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Polynômes
Exercices de Synthèse

Correction

TÉLÉPHONES PORTABLES

CORRECTION

1. a. Calculons C (7500) et interprétons:

Pour tout $x \in [\, 0\, ;\, 60000\,]$: $\mathbf{C\,(x) = 0,01\, x^2 + 250\, x + 2\,500\,000}$.

Dans ces conditions: $C\,(7500) = 0,01 \times (7500)^2 + 250 \times (7500) + 2\,500\,000$

$= \mathbf{4\,937\,500}$ **€**.

Ainsi: **C (7500) = 4937500 €** **ce qui signifie que** **le coût de production de 7500 téléphones est de 4937500 €.**

1. b. Calculons la recette générée par la vente de 7500 téléphones:

Nous savons que:
- le prix d'un téléphone est de 800 €.
- le coût de production de 7500 téléphones est C (7500).

La recette générée par la vente de 7500 téléphones est:

$R\,(7500) = p \times 7500$, **p étant le prix d'un téléphone**

$= \mathbf{800 \times 7500}$ **€**.

Ainsi, la recette générée par la vente de 7500 téléphones est de:

6 millions d'euros.

1. c. Déduisons-en le montant du bénéfice pour la vente de 7500 téléphones:

Le bénéfice réalisé par la vente de 7500 téléphones est:

$$B(7500) = R(7500) - C(7500)$$

$$= 6\,000\,000 - 4\,937\,500$$

$$= 1\,062\,500 \text{ €}.$$

Le bénéfice réalisé par la vente de 7500 téléphones est donc de:

1 062 500 €.

2. Montrons que pour tout $x \in [0; 60000]$, $B(x) = -0{,}01x^2 + 550x - 2\,500\,000$:

Le bénéfice réalisé par la vente de " x " téléphone est:

$$B(x) = R(x) - C(x)$$

$$= p \times x - C(x) = 800 \times x - (0{,}01x^2 + 250x + 2\,500\,000)$$

$$= -0{,}01x^2 + 550x - 2\,500\,000 \text{ €}.$$

Ainsi, pour tout $x \in [0; 60000]$, le bénéfice est bien égal à:

$$B(x) = -0{,}01x^2 + 550x - 2\,500\,000 \text{ €}.$$

3. Vérifions que pour tout $x \in [0; 60000]$, $B(x) = -0{,}01(x - 5000)(x - 50000)$:

Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $(x - 5000)(x - 50000) = x^2 - 5000x - 50000x + 250\,000\,000$

$$= x^2 - 55000x + 250\,000\,000.$$

D'où: $-0{,}01 \times (x - 5000)(x - 50000) = -0{,}01x^2 + 550x - 2\,500\,000$

$$= B(x).$$

Ainsi, pour tout $x \in [\,0\,;\,60000\,]$, nous avons bien:

$$B\,(x) = -\,0{,}01\,(x - 5000)\,(x - 50000).$$

4. Dressons le tableau de signe de $B\,(x)$ sur $[\,0\,;\,60000\,]$:

La fonction B admet 2 racines: $x_1 = 5000$ et $x_2 = 50000$.

Dans ces conditions, nous avons sur $[\,0\,;\,60000\,]$ le tableau de signes suivant:

x	0		5000		50000		60000
$x - 5000$		-	0	+		+	
$x - 50000$		-		-	0	+	
$(x - 5000)\,(x - 50000)$		+	0	-	0	+	
$B\,(x)$		-	0	+	0	-	

En conclusion:
- Si $x \in [\,0\,;\,5000\,[\,\cup\,]\,50000\,;\,60000\,]$, $B\,(x) < 0$
- Si $x \in\,]\,5000\,;\,50000\,[$, $B\,(x) > 0$
- Si $x = 5000$ ou $x = 50000$, $B\,(x) = 0$.

5. Que signifie $B\,(x) > 0$ et $B\,(x) < 0$?

- $B\,(x) > 0$ quand $x \in\,]\,5000\,;\,50000\,[$: cela signifie que l'entreprise réalisera un profit ou bénéfice si elle vend entre 5000 et 50000 téléphones portables;

- $B(x) < 0$ quand $x \in [\,0\,;5000\,[\;\cup\;]\,50000\,;60000\,[$: **cela signifie qu'en dessous de 5000 téléphones portables vendus et au dessus de 50000 téléphones portables vendus, la société perdra de l'argent !**