1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Polynômes
Exercices de Synthèse

Correction

LA SOCIÉTÉ D'AUTOROUTE

CORRECTION

1. Expliquons pourquoi il semble pertinent de procéder à cette modélisation:

L'explication réside dans le fait que: les points semblent appartenir à une parabole, représentation graphique des fonctions polynômes du second degré.

2. Déterminons le nombre de voitures présentes au péage à 20h:

D'après l'énoncé pour tout $t \in [\ 14 ; 23\ ]$: $f\ (t) = -\ 2t^2 + 74t - 600$.

Dans ces conditions, à 20 heures, $t = 20$ et par conséquent:

$f\ (20) = -\ 2 \times (20)^2 + 74 \times (20) - 600$

$= -\ 2 \times 400 + 74 \times 20 - 600$

$=$ 80 voitures.

Ainsi, à 20 h, le nombre de voitures présentes au péage est de: 80.

3. Montrons que $-\ 2\ (t - 12)\ (t - 25)$ est une factorisation de $f\ (t)$:

Pour le montrer, nous devons vérifier que:

$-\ 2\ (t - 12)\ (t - 25) = f\ (t)$, pour tout $t \in [\ 14 ; 23\ ]$.

Pour tout $t \in [\,14 ; 23\,]$: $-2\,(t - 12)\,(t - 25) = -2\,(t^2 - 25t - 12t + 300)$

$$= -2t^2 + 74t - 600.$$

Ainsi, pour tout $t \in [\,14 ; 23\,]$, $-2\,(t - 12)\,(t - 25)$ est bien une factorisation de $f\,(t)$ car: $-2\,(t - 12)\,(t - 25) = f\,(t)$.

4. A quelle heure l'affluence au péage sera-t-elle maximale ?

Nous savons que les deux racines de f sont: $x_1 = 12$ et $x_2 = 25$.

De plus: $a = -2 < 0$.

Comme $a < 0$, la parabole est tournée vers le bas et son sommet est un maximum.

Le maximum de f est ainsi atteint en $\dfrac{x_1 + x_2}{2}$ cad: $\dfrac{12 + 25}{2} = 18,5$.

L'affluence au péage sera donc maximale à: 18 h 30.

Et le nombre de voitures présentes au péage à 18 h 30 sera égal à:

$$f\,(18,5) \approx 85 \text{ voitures.}$$

5. Dressons le tableau de signe de $f\,(t)$ sur $[\,14 ; 23\,]$:

La fonction t admet donc 2 racines: $x_1 = 12$ et $x_2 = 25$.

Or x_1 et x_2 n'appartiennent pas à l'intervalle $[\,14 ; 23\,]$.

Donc ces conditions, nous avons sur $[\,14 ; 23\,]$ le tableau de signe suivant:

t	14 $\qquad\qquad$ 23
$t - 12$	$+$
$t - 25$	$-$
$(t - 12)(t - 25)$	$-$
$f(t)$	$+$

En conclusion: entre 14 h et 23 h, il y aura toujours des voitures présentes au péage !