

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Polynômes

Exercices de Synthèse

Correction

 www.freemaths.fr

ANTIBIOTIQUE ET BACTÉRIES

CORRECTION

1. Déterminons le nombre de bactéries à l'instant où l'on administre l'antibiotique:

Nous savons que pour tout $t \in [0; 3]$: $f(t) = -0,9t^2 + 1,53t + 3,51$.

Or la valeur de "t" à l'instant où l'on administre l'antibiotique est: $t = 0$.

D'où, le nombre de bactéries à l'instant $t = 0$ est:

$$\begin{aligned} f(0) &= -0,9 \times (0)^2 + 1,53 \times (0) + 3,51 \\ &= 3,51 \times 10\,000 \text{ bactéries} \\ &= 35\,100 \text{ bactéries.} \end{aligned}$$

Ainsi, le nombre de bactéries à l'instant où l'on administre l'antibiotique est égal à: 35 100.

2. Calculons $f(3)$ et interprétons:

$$\begin{aligned} \bullet f(3) &= -0,9 \times (3)^2 + 1,53 \times (3) + 3,51 \\ &= 0 \text{ bactérie.} \end{aligned}$$

- Cela signifie qu'au bout de 3 heures, il n'y a plus de bactérie dans la population.

3. Vérifions que $f(t) = -0,9(t-3)(t+1,3)$:

$$\begin{aligned} \text{Nous avons: } -0,9(t-3)(t+1,3) &= -0,9(t^2 + 1,3t - 3t - 3,9) \\ &= -0,9(t^2 - 1,7t - 3,9) \\ &= -0,9t^2 + 1,53t + 3,51. \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout $t \in [0; 3]$, nous avons bien: $-0,9(t-3)(t+1,3) = f(t)$.

4. a. Déterminons au bout de combien de temps, le nombre de bactéries est maximal:

Comme $f(t) = -0,9(t-3)(t+1,3)$, nous pouvons affirmer que les deux racines de f sont: $t_1 = 3$ et $t_2 = -1,3$.

De plus: $a = -0,9 < 0$.

Comme $a < 0$, la parabole est tournée vers le bas et son sommet est un maximum.

Le maximum de f est ainsi atteint en $\frac{t_1 + t_2}{2}$ cad: 0,85 heure.

Ainsi, le nombre de bactéries sera maximal au bout de: 0,85 heure ou encore 51 minutes.

4. b. Déduisons-en le nombre maximal de bactéries:

Pour répondre à cette question, il suffit de calculer $f(0,85)$.

$$\begin{aligned} \text{Or: } f(0,85) &= -0,9 \times (0,85)^2 + 1,53 \times (0,85) + 3,51 \\ &= 41\,603 \text{ bactéries.} \end{aligned}$$

Ainsi, au bout de 51 minutes (0,85 heure), le nombre de bactéries sera maximal et égal à: 41 603.