1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

La fonction exponentielle

Correction

THÉORÈME

DÉMONSTRATION

Soit y un réel fixé quelconque. Notons: $b = y$.

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{e^{(x+b)}}{e^x}$. $\left(\dfrac{U}{V}\right)$

Dans ces conditions: • $g(0) = e^b$,

• $e^{(x+b)} = e^x \times e^b \iff \dfrac{e^{(x+b)}}{e^x} = e^b$

$\iff g(x) = e^b$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Ainsi, démontrer le théorème revient à démontrer que la fonction g est constante cad $g'(x) = 0$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Or, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $g'(x) = \dfrac{(e^{(x+b)}) \times (e^x) - (e^{(x+b)}) \times (e^x)}{(e^x)^2}$

$$\left(\frac{U' \times V - U \times V'}{V^2}\right)$$

cad: $g'(x) = 0$ et par conséquent: g est constante sur $\mathbb{R}$.

Au total, pour tous réels x et y, nous avons bien: $e^{(x+y)} = e^x \times e^y$.