1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Fonctions Polynômes

Correction

☛ www.freemaths.fr

LE MAGASIN DE SPORT

CORRECTION

1. Déterminons $f'(x)$:

La fonction f est dérivable sur $[0; 60]$, avec:

$$f(x) = \frac{1}{3000}x^3 - 0,03x^2 + 0,5x + 15.$$

D'où, nous pouvons calculer f' sur $[0; 60]$:

$$f'(x) = \frac{1}{1000}x^2 - 0,06x + 0,5, \text{ pour tout } x \in [0; 60].$$

Ainsi, la dérivée de la fonction f, pour tout $x \in [0; 60]$ est:

$$f'(x) = \frac{1}{1000}x^2 - 0,06x + 0,5.$$

2. Montrons que pour tout $x \in [0; 60]$, $f'(x) = 0,001(x - 10)(x - 50)$:

Pour tout $x \in [0; 60]$: $0,001(x - 10)(x - 50) = 0,001(x^2 - 50x - 10x + 50)$

$$= 0,001(x^2 - 60x + 50)$$

$$= \frac{1}{1000}x^2 - 0,06x + 0,5$$

$= f'(x)$.

Donc, pour tout $x \in [\,0\,;60\,]$, nous avons bien: $f'(x) = 0,001\,(x - 10)\,(x - 50)$.

3. Les pentes de la toiture en A et en B sont-elles identiques ?

Pour répondre à cette question, il suffit de calculer $f'(x_A)$ et $f'(x_B)$.

Or: $x_A = 0$ et $x_B = 60$.

Dans ces conditions: • $f'(x_A) = f'(0) = 0,5$

• $f'(x_B) = f'(60) = 0,5$.

Donc OUI ! les pentes sont égales.

4. a. Déterminons le signe de $f'(x)$ sur $[\,0\,;60\,]$:

Pour tout $x \in [\,0\,;60\,]$: $f'(x) = 0,001\,(x - 10)\,(x - 50)$.

f' admet donc 2 racines: $x_1 = 10$ et $x_2 = 50$.

D'où le tableau de signe de f' sur $[\,0\,;60\,]$ est:

x	0		10		50		60
$x - 10$		-	0	+		+	
$x - 50$		-		-	0	+	
$f'(x)$		+	0	-	0	+	

Ainsi le signe de f' sur $[\,0\,;\,60\,]$ est:

- strictement positif sur $[\,0\,;\,10\,[\,\cup\,]\,50\,;\,60\,]$
- nul si $x = 10$ ou $x = 50$
- strictement négatif sur $]\,10\,;\,50\,[$.

4. b. Dressons le tableau de variations de f sur $[\,0\,;\,60\,]$:

Le tableau de variations de f sur $[\,0\,;\,60\,]$ est le suivant:

x	0		10		50		60
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	a	$\nearrow$	b	$\searrow$	c	$\nearrow$	d

, avec:

- $a = 15$
- $b \approx 17{,}3$
- $c \approx 6{,}7$
- $d = 9$.

Ainsi:
- f est croissante sur $[\,0\,;\,10\,]$
- f est décroissante sur $[\,10\,;\,50\,]$
- f est croissante sur $[\,50\,;\,60\,]$.

4. c. La contrainte mécanique est-elle respectée ?

La différence entre le point le plus haut et le point le plus bas est égale à:

$$b - c \approx 10{,}6 > 10.$$

Donc contrainte pas respectée !