1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Fonctions Polynômes

Correction

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 8$$

CORRECTION

1. a. Calculons f' pour tout x [-5 ; 5]:

La fonction f est dérivable sur [-5 ; 5], avec: $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 8$.

D'où, nous pouvons calculer f' sur [-5 ; 5]:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 24$$

$$= 3(x^2 - 2x - 8).$$

Ainsi, la dérivée de la fonction f, pour tout $x \in [-5 ; 5]$ est:

$$f'(x) = 3(x^2 - 2x - 8).$$

1. b. Vérifions que pour tout $x \in [-5 ; 5]$, $f'(x) = 3(x - 4)(x + 2)$:

Pour tout $x \in [-5 ; 5]$: $3(x - 4)(x + 2) = 3(x^2 + 2x - 4x - 8)$

$$= 3(x^2 - 2x - 8)$$

$$= f'(x).$$

Donc pour tout $x \in [-5 ; 5]$, nous avons bien: $f'(x) = 3(x - 4)(x + 2)$.

2. a. Étudions le signe de f' sur [-5 ; 5]:

Trois cas: • $f'(x) > 0$

• $f'(x) = 0$

• $f'(x) < 0$.

Pour bien les distinguer, nous allons dresser le tableau de signe de f' sur $[-5; 5]$, sachant que f' admet 2 racines: $x_1 = -2$ et $x_2 = 4$.

x	-5		-2		4		5
$x - 4$		$-$		$-$	0	$+$	
$x + 2$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

En conclusion: • Si $x \in [-5; -2[\cup]4; 5]$, $f'(x) > 0$

• Si $x = -2$ ou $x = 4$, $f'(x) = 0$

• Si $x \in]-2; 4[$, $f'(x) < 0$.

Ainsi le signe de f' sur $[-5; 5]$ est: • strictement positif sur $[-5; -2[\cup]4; 5]$

• nul si $t = -2$ ou $t = 4$

• strictement négatif sur $]-2; 4[$.

2. b. Déduisons-en les variations de f sur $[-5; 5]$:

Le tableau de variation de f sur $[-5; 5]$ est le suivant:

x	-5		-2		4		5
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	a	$\nearrow$	b	$\searrow$	c	$\nearrow$	d

, avec:

- $a = f(-5) = -72$
- $b = f(-2) = 36$
- $c = f(4) = -72$
- $d = f(5) = -67$.

3. Déterminons le maximum de f sur l'intervalle $[-5 ; 5]$:

La fonction f est croissante sur $[-5 ; -2]$ et décroissante sur $[-2 ; 4]$.

Elle présente donc un maximum quand: $x = -2$.

$f(-2) = b = 36$.

Ainsi le maximum " S " a pour coordonnées: $(-2 ; 36)$.

4. Déterminons l'équation réduite de la tangente à la courbe au point $x = 0$:

L'équation réduite de la tangente à la courbe au point $x = 0$ est:

$$y - f(0) = f'(0)(x - 0) \text{ cad } y - 8 = f'(0) \times x.$$

Ainsi, l'équation réduite de la tangente à la courbe au point $x = 0$ est:

$$y = -24x + 8.$$